107年國中教育會考 數學 試題解析

第一部分：選擇題（1～26題）

1. 下列選項中的圖形有一個為線對稱圖形，判斷此圖形為何？

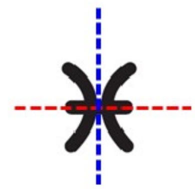
(A) 　(B) 　(C) 　(D) 

【答案】D

【詳解】

(A)(B)(C)不管沿哪一條直線對摺皆無法使直線兩側的部分完全重疊，因此皆不是線對稱圖形。

(D)沿附圖的藍線或紅線對摺可使直線兩側的部分完全重疊，因此是線對稱圖形。



故選(D)

2. 已知$a=(\frac{3}{14}-\frac{2}{15})-\frac{1}{16}$，$b=\frac{3}{14}-(\frac{2}{15}-\frac{1}{16})$，$c=\frac{3}{14}-\frac{2}{15}-\frac{1}{16}$，判斷下列敘述何者正確？

(A) $a=c$，$b=c$　(B) $a=c$，$b\neq c$　(C) $a\neq c$，$b=c$　(D) $a\neq c$，$b\neq c$

【答案】B

【詳解】

- 若括號前為正，則去括號時不須變號。
- 若括號前為負，則去括號時須變號。

$a=(\frac{3}{14}-\frac{2}{15})-\frac{1}{16}=\frac{3}{14}-\frac{2}{15}-\frac{1}{16}$，$b=\frac{3}{14}-(\frac{2}{15}-\frac{1}{16})=\frac{3}{14}-\frac{2}{15}+\frac{1}{16}$，$c=\frac{3}{14}-\frac{2}{15}-\frac{1}{16}$，

因此可知，$a=c$，$b\neq c$

故選(B)

3. 已知坐標平面上，一次函數$y=3x+a$的圖形通過點$(0,-4)$，其中a為一數，求a的值為何？

(A) -12　(B) -4　(C) 4　(D) 12

【答案】B

【詳解】

已知一次函數$y=3x+a$的圖形通過點$(0,-4)$，

表示將$x=0$、$y=-4$代入$y=3x+a$，可使等號成立，

因此可得$-4=3\times 0+a \Rightarrow a=-4$，

故選(B)

4. 已知某文具店販售的筆記本每本售價均相等且超過 10 元，小錦和小動在此文具店分別購買若干本筆記本。若小錦購買筆記本的花費為 36 元，則小動購買筆記本的花費可能為下列何者？

(A) 16 元 (B) 27 元 (C) 30 元 (D) 48 元

【答案】D

【詳解】

❶已知筆記本每本售價均相等，且小錦購買筆記本的花費為 36 元，
根據筆記本總價＝筆記本每本售價×購買數量，
可知筆記本每本售價、購買數量皆為總價 36 的因數。

❷又因為筆記本每本售價超過 10 元，
所以找出 36 的因數中，大於 10 的即可能為筆記本每本售價，
由 36＝1×36＝2×18＝3×12＝4×9＝6×6，
可知 36 的因數有 1、2、3、4、6、9、12、18、36，
其中大於 10 的有 12、18、36，
因此筆記本每本售價可能為 12、18 或 36 元。

❸根據筆記本總價＝筆記本每本售價×購買數量，
可知小動購買筆記本的花費必為筆記本每本售價的倍數，
四個選項中只有 48 是 12 的倍數，
因此小動購買筆記本的花費可能為 48 元，

故選(D)

5. 若二元一次聯立方程式$\begin{cases}7x-3y=8\\3x-y=8\end{cases}$的解為$x=a$，$y=b$，則$a+b$之值為何？

(A) 24 (B) 0 (C) -4 (D) -8

【答案】A

【詳解】

$\begin{cases}7x-3y=8 \cdots\cdots①\\3x-y=8 \quad \cdots\cdots②\end{cases}$

②×3 得$9x-3y=24\cdots\cdots③$

③-①得$2x=16$ ⇨ $x=8$，

將$x=8$代入②得$3\times8-y=8$ ⇨ $24-y=8$ ⇨ $-y=-16$ ⇨ $y=16$，

因此$a+b=x+y=8+16=24$，

故選(A)

6. 已知甲、乙兩袋中各裝有若干顆球，其種類與數量如表所示。

今阿馮打算從甲袋中抽出一顆球，小潘打算從乙袋中抽出一顆球，若甲袋中每顆球被抽出的機會相等，且乙袋中每顆球被抽出的機會相等，則下列敘述何者正確？

	甲袋	乙袋
紅球	**2顆**	**4顆**
黃球	**2顆**	**2顆**
綠球	**1顆**	**4顆**
總計	**5顆**	**10顆**

(A)阿馮抽出紅球的機率比小潘抽出紅球的機率大

(B)阿馮抽出紅球的機率比小潘抽出紅球的機率小

(C)阿馮抽出黃球的機率比小潘抽出黃球的機率大

(D)阿馮抽出黃球的機率比小潘抽出黃球的機率小

【答案】C

【詳解】

❶阿馮從甲袋中抽出紅球的機率$=\dfrac{\text{紅球數}}{\text{甲袋所有球數}}=\dfrac{2}{5}$，

小潘從乙袋中抽出紅球的機率$=\dfrac{\text{紅球數}}{\text{乙袋所有球數}}=\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$，

可知阿馮抽出紅球的機率和小潘抽出紅球的機率一樣大⇨選項(A)(B)皆錯誤。

❷阿馮從甲袋中抽出黃球的機率$=\dfrac{\text{黃球數}}{\text{甲袋所有球數}}=\dfrac{2}{5}$，

小潘從乙袋中抽出黃球的機率$=\dfrac{\text{黃球數}}{\text{乙袋所有球數}}=\dfrac{2}{10}=\dfrac{1}{5}$，

因為$\dfrac{2}{5}>\dfrac{1}{5}$，所以阿馮抽出黃球的機率比小潘抽出黃球的機率大⇨選項(C)正確、選項(D)錯誤。

故選(C)

7. 算式$\sqrt{6}\times(\dfrac{1}{\sqrt{3}}-1)$之值為何？

(A) $\sqrt{2}-\sqrt{6}$　(B) $\sqrt{2}-1$　(C) $2-\sqrt{6}$　(D) 1

【答案】A

【詳解】

$\sqrt{6}\times(\dfrac{1}{\sqrt{3}}-1)$

$=\sqrt{6}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}-\sqrt{6}\times 1$

利用分配律 $a(b-c)=ab-ac$ 乘開

$=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}-\sqrt{6}$

根式的除法：$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

$=\sqrt{\dfrac{6}{3}}-\sqrt{6}$

$=\sqrt{2}-\sqrt{6}$

故選(A)

8. 若一元二次方程式 $x^2-8x-3\times 11=0$ 的兩根為 a、b，且 $a>b$，則 $a-2b$ 之值為何？

(A) -25　(B) -19　(C) 5　(D) 17

【答案】D

【詳解】

利用十字交乘法解一元二次方程式 $x^2-8x-3\times 11=0$：

$x^2-8x-3\times 11=0 \Rightarrow (x+3)(x-11)=0 \Rightarrow$ $x=-3$ 或 $x=11$，

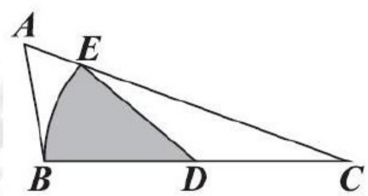
$$\begin{array}{lcr} x & \times & 3 \\ x & & -11 \\ \hline \multicolumn{3}{l}{3x-11x=-8x} \end{array}$$

因為 $a>b$，所以 $a=11$、$b=-3$，

因此 $a-2b=11-2\times(-3)=11+6=17$，

故選(D)

9. 如圖，$\triangle ABC$ 中，D 為 $\overline{BC}$ 的中點，以 D 為圓心，$\overline{BD}$ 長為半徑畫一弧交 $\overline{AC}$ 於 E 點。若 $\angle A=60°$，$\angle B=100°$，$\overline{BC}=4$，則扇形 BDE 的面積為何？



(A) $\frac{1}{3}\pi$　(B) $\frac{2}{3}\pi$

(C) $\frac{4}{9}\pi$　(D) $\frac{5}{9}\pi$

【答案】C

【詳解】

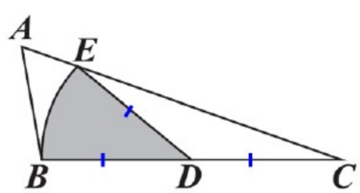
要求扇形 BDE 的面積，根據扇形面積 $=\frac{\text{圓心角}}{360°}\times\pi\times\text{半徑}^2$，

可知只要求出扇形 BDE 的半徑 $\overline{BD}$ 長，及圓心角 $\angle BDE$ 的度數，即可求解。

❶已知 D 為 $\overline{BC}$ 的中點，且 $\overline{BC}=4$，

則扇形 BDE 的半徑 $\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 4=2$。

❷在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A=60°$，$\angle ABC=100°$，



所以 $\angle C=180°-\angle A-\angle ABC=180°-60°-100°=20°$，

由作圖過程可知 $\overline{BD}=\overline{ED}$，

且由 D 為 $\overline{BC}$ 的中點可知 $\overline{BD}=\overline{CD} \Rightarrow \overline{ED}=\overline{CD}$，

因此 $\triangle EDC$ 為等腰三角形 $\Rightarrow \angle DEC=\angle C=20°$，

根據三角形的外角定理，可知 $\angle BDE=\angle DEC+\angle C=20°+20°=40°$。

❸由分析可知，

扇形 BDE 的面積 $=\frac{\angle BDE}{360°}\times\pi\times\overline{BD}^2=\frac{40°}{360°}\times\pi\times 2^2=\frac{4}{9}\pi$，

故選(C)

10. 附圖為大興電器行的促銷活動傳單，已知促銷第一天美食牌微波爐賣出 10 台，且其銷售額為 61000 元。若活動期間此款微波爐總共賣出 50 台，則其總銷售額為多少元？

(A) 305000

(B) 321000

(C) 329000

(D) 342000

【答案】C

【詳解】

已知促銷第一天美食牌微波爐賣出 10 台，且其銷售額為 61000 元，
則促銷第一天賣出的微波爐每台售價為 61000÷10＝6100(元)，
由傳單可知，前 20 台每台再折 800 元，
因此微波爐每台特價為 6100＋800＝6900(元)，
⇨活動期間內，前 20 台每台 6100 元、剩下的 50－20＝30 台每台 6900 元。
活動期間賣出的 50 台此款微波爐的總銷售額
＝6100×20＋6900×30＝122000＋207000＝329000(元)，
故選(C)

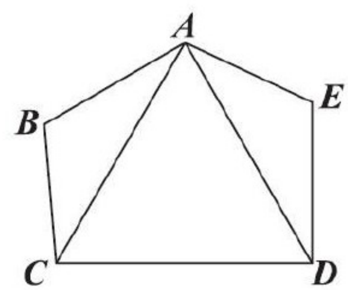
11. 如圖，五邊形 $ABCDE$ 中有一正三角形 ACD。若 $\overline{AB}=\overline{DE}$，$\overline{BC}=\overline{AE}$，$\angle E=115°$，則 $\angle BAE$ 的度數為何？

(A) 115

(B) 120

(C) 125

(D) 130

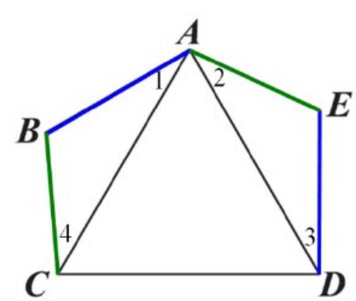


【答案】C

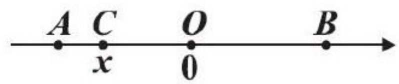
【詳解】

由圖可知，$\angle BAE=\angle 1+\angle CAD+\angle 2$，其中 $\angle CAD$ 為正三角形 ACD 的一個內角，其度數為 60°，只要再求出 $\angle 1+\angle 2$ 即可求解。

在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEA$ 中，
已知 $\overline{AB}=\overline{DE}$，$\overline{BC}=\overline{AE}$，且 $\overline{AC}=\overline{AD}$（$\triangle ACD$ 為正三角形），
則 $\triangle ABC\cong\triangle DEA$（$SSS$ 全等）⇨ $\angle 1=\angle 3$。
因此，
$\angle 1+\angle 2=\angle 3+\angle 2=180°-\angle AED=180°-115°=65°$，
由分析知，$\angle BAE=\angle 1+\angle CAD+\angle 2=65°+60°=125°$，
故選(C)



12. 附圖為 O、A、B、C 四點在數線上的位置圖，其中 O 為原點，且 $\overline{AC}=1$，$\overline{OA}=\overline{OB}$。若 C 點所表示的數為 x，則 B 點所表示的數與下列何者相等？



(A) $-(x+1)$　　(B) $-(x-1)$

(C) $x+1$　　(D) $x-1$

【答案】B

【詳解】

因為 O 為原點，A、B 兩點在原點的兩側，且 $\overline{OA}=\overline{OB}$，

所以 A 點所表示的數與 B 點所表示的數互為相反數，

求出 A 點所表示的數即可求出 B 點所表示的數。

因為 A 點在 $C(x)$的左邊，且 $\overline{AC}=1$，

所以 A 點所表示的數＝$x-1$ $\Rightarrow$ B 點所表示的數＝$-(x-1)$。

故選(B)

13. 附圖的宣傳單為萊克印刷公司設計與印刷卡片計價方式的說明，妮娜打算請此印刷公司設計一款母親節卡片並印刷，她再將卡片以每張 15 元的價格販售。若利潤等於收入扣掉成本，且成本只考慮設計費與印刷費，則她至少需印多少張卡片，才可使得卡片全數售出後的利潤超過成本的 2 成？

(A) 112　　(B) 121

(C) 134　　(D) 143

【答案】C

【詳解】

設妮娜印 x 張卡片，

因為設計費 1000 元，印刷費每張 5 元，所以成本＝$1000+5x$(元)；

每張以 15 元的價格販售，全數售出後可得 $15x$ 元，

則卡片全數售出後的利潤＝$15x-(1000+5x)=10x-1000$ (元)，

題目要求卡片全數售出後的利潤超過成本的 2 成，

可列出 $10x-1000>(1000+5x)\times 20\%$

$\Rightarrow 10x-1000>(1000+5x)\times 0.2 \Rightarrow 10x-1000>200+x \Rightarrow 9x>1200 \Rightarrow x>\frac{1200}{9}=\frac{400}{3}=133\frac{1}{3}$，

因為卡片張數為整數，而滿足範圍的最小整數為 134，

所以她至少需印 134 張卡片。

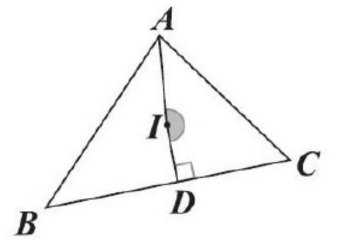
故選(C)

14. 如圖，I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，D 點在 $\overline{BC}$ 上，且 $\overline{ID} \perp \overline{BC}$ 。

若 $\angle B = 44°$ ， $\angle C = 56°$ ，則 $\angle AID$ 的度數為何？

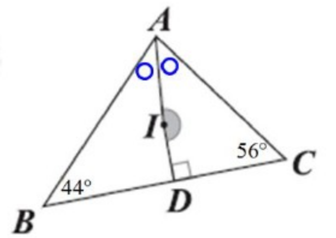
(A) 174　　(B) 176

(C) 178　　(D) 180



【答案】A

【詳解】



- 在四邊形 $AIDC$ 中，已知 $\angle IDC = 90°$ ， $\angle C = 56°$ ，
  只要求出 $\angle CAI$ ，即可利用四邊形內角和 360°求出 $\angle AID$ 。

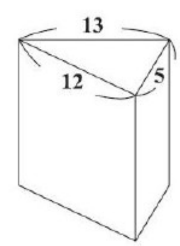
因為 I 是內心，所以 $\overline{AI}$ 是 $\angle BAC$ 的平分線，因此 $\angle CAI = \frac{1}{2}\angle BAC$ ，

而 $\angle BAC = 180° - \angle B - \angle C = 180° - 44° - 56° = 80°$ ，則 $\angle CAI = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$ ，

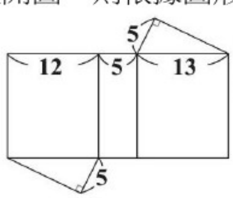
因此 $\angle AID = 360° - \angle IDC - \angle C - \angle CAI = 360° - 90° - 56° - 40° = 174°$ 。

故選(A)

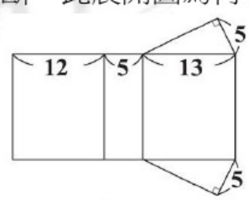
15. 附圖為一直角柱，其底面是三邊長為 5、12、13 的直角三角形。若下列選項中的圖形均由三個矩形與兩個直角三角形組合而成，且其中一個為附圖的直角柱的展開圖，則根據圖形中標示的邊長與直角記號判斷，此展開圖為何？



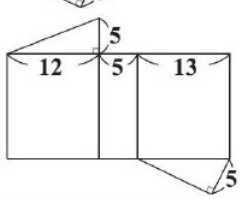
(A)



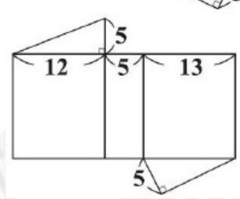
(B)



(C)

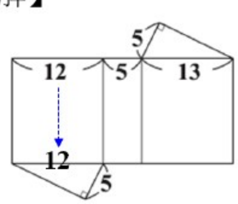


(D)

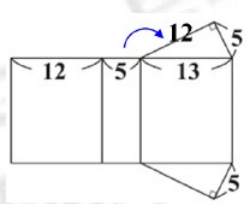


【答案】D

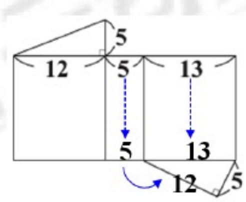
【詳解】



圖(一)



圖(二)



圖(三)

(A)如上圖(一)，因為長方形對邊相等，所以下方底面的斜邊為 12，但應為 13，故不合。

(B)如上圖(二)，長度為 5 的邊無法與長度 12 的邊重合，故不合。

(C)如上圖(三)，長度為 5 的邊無法與長度 12 的邊重合，故不合。

故選(D)

16. 若小舒從 1～50 的整數中挑選 4 個數，使其由小到大排序後形成一等差數列，且 4 個數中最小的是 7，則下列哪一個數不可能出現在小舒挑選的數之中？

(A) 20　(B) 25　(C) 30　(D) 35

【答案】C

【詳解】

已知這 4 個數由小到大排序後形成一等差數列，且最小數為 7，

可設此等差數列為 7、7＋d、7＋2d、7＋3d，其中 d 為公差，

因為從 1~50 的整數中挑選，所以最大數 $7+3d\le 50 \Rightarrow 3d\le 43 \Rightarrow d\le\dfrac{43}{3}=14\dfrac{1}{3}$，

因為這 4 個數皆為整數，所以公差 d 為整數，

因此 d 可能為 14、13、12、11、……，

當 d＝14，此等差數列為 7、21、35、49；

當 d＝13，此等差數列為 7、20、33、46；

當 d＝12，此等差數列為 7、19、31、43；

當 d＝11，此等差數列為 7、18、29、40；

當 d＝10，此等差數列為 7、17、27、37；

當 d＝9，此等差數列為 7、16、25、34；

當 d＝8，此等差數列為 7、15、23、31；

當 d＝7，此等差數列為 7、14、21、28，

當 d＝7 時，最大數已小於 30，可發現 30 不在數列中，

因此 30 不可能出現在小舒挑選的數之中。

故選(C)

17. 已知 $a=3.1\times10^{-4}$，$b=5.2\times10^{-8}$，判斷下列關於 $a-b$ 之值的敘述何者正確？

(A)比 1 大　(B)介於 0、1 之間　(C)介於 −1、0 之間　(D)比 −1 小

【答案】B

【詳解】

$a-b=3.1\times10^{-4}-5.2\times10^{-8}$

$=0.00031-0.000000052<0.00031$，

因為 0.00031＞0.000000052，所以 $a-b>0$，

$\Rightarrow 0<a-b<0.00031$，

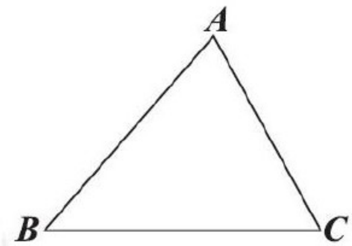
因此 $a-b$ 之值介於 0、1 之間。

故選(B)

18. 如附圖，銳角三角形 ABC 中，$\overline{BC}>\overline{AB}>\overline{AC}$，甲、乙兩人想找一點 P，使得 $\angle BPC$ 與 $\angle A$ 互補，其作法分別如下：

(甲)以 A 為圓心，$\overline{AC}$ 長為半徑畫弧交 $\overline{AB}$ 於 P 點，則 P 即為所求

(乙)作過 B 點且與 $\overline{AB}$ 垂直的直線 L，作過 C 點且與 $\overline{AC}$ 垂直的直線，交 L 於 P 點，則 P 即為所求



對於甲、乙兩人的作法，下列敘述何者正確？

(A)兩人皆正確　　(B)兩人皆錯誤

(C)甲正確，乙錯誤　　(D)甲錯誤，乙正確

【答案】D

【詳解】

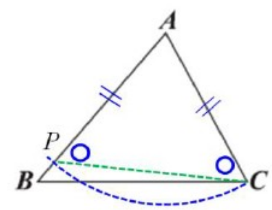
❶甲作圖如附圖，則 $\overline{AC}=\overline{AP}$ ⇨ $\angle ACP=\angle APC$，

由圖可知 $\angle BPC+\angle APC=180°$ (平角)，

因為 $\angle A$ 不一定等於 $\angle APC$，

所以 $\angle BPC+\angle A$ 不一定等於 $180°$(互補)，

因此甲的作法錯誤。

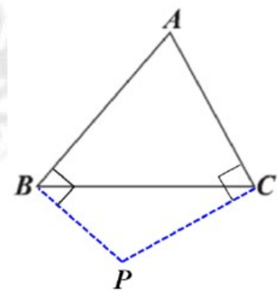


❷乙作圖如附圖。

在四邊形 $ABPC$ 中，

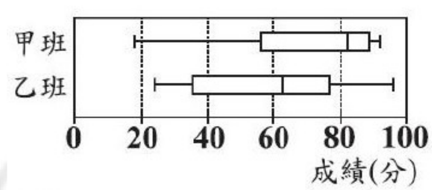
$\angle BPC+\angle A=360°-\angle ABP-\angle ACP=360°-90°-90°=180°$，

則 $\angle BPC$ 與 $\angle A$ 互補，因此乙的作法正確。



故選(D)

19. 已知甲、乙兩班的學生人數相同，附圖為兩班某次數學小考成績的盒狀圖。若甲班、乙班學生小考成績的中位數分別為 a、b；甲班、乙班中小考成績超過 80 分的學生人數分別為 c、d，則下列 a、b、c、d 的大小關係，何者正確？



(A) $a>b$，$c>d$　　(B) $a>b$，$c<d$　　(C) $a<b$，$c>d$　　(D) $a<b$，$c<d$

【答案】A

【詳解】

❶由盒狀圖可知甲班的中位數超過 80 分，即 $a>80$；

乙班的中位數小於 80 分，即 $b<80$，因此 $a>b$。

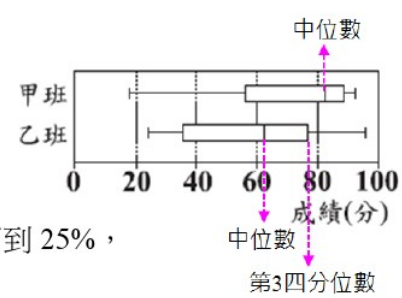
❷由盒狀圖可知甲班的中位數超過 80 分，

表示甲班超過一半(50%)的人的分數大於 80，

而乙班的第 3 四分位數小於 80 分，表示乙班超過 80 分的人數不到 25%，

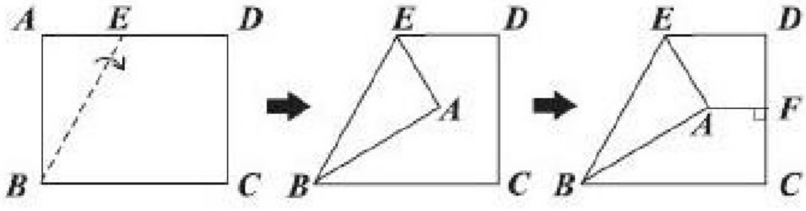
因為兩班人數相同，

所以甲班超過 80 分的人數＞乙班超過 80 分的人數，即 $c>d$。



故選(A)

20. 圖(一)的矩形 $ABCD$ 中，有一點 E 在 $\overline{AD}$ 上，今以 $\overline{BE}$ 為摺線將 A 點往右摺，如圖(二)所示。再作過 A 點且與 $\overline{CD}$ 垂直的直線，交 $\overline{CD}$ 於 F 點，如圖(三)所示。若 $\overline{AB}=6\sqrt{3}$，$\overline{BC}=13$，$\angle BEA=60°$，則圖(三)中 $\overline{AF}$ 的長度為何？

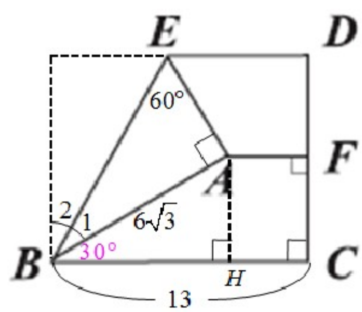


圖(一)　圖(二)　圖(三)

(A) 2　(B) 4　(C) $2\sqrt{3}$　(D) $4\sqrt{3}$

【答案】B

【詳解】



在 $\triangle BAE$ 中，已知 $\angle BEA=60°$，且 $\angle BAE=90°$(矩形 $ABCD$)，

則 $\angle 1=180°-60°-90°=30°$，

因為以 $\overline{BE}$ 為摺線將 A 點往右摺，所以 $\angle 2=\angle 1=30°$，

⇨ $\angle ABC=90°-\angle 1-\angle 2=90°-30°-30°=30°$，

作 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$ 於 H，

可得 $\triangle ABH$ 為 30°、60°、90°的直角三角形，

⇨ $\overline{AB}:\overline{BH}=2:\sqrt{3}$ ⇨ $6\sqrt{3}:\overline{BH}=2:\sqrt{3}$ ⇨ $2\overline{BH}=6\sqrt{3}\times\sqrt{3}=18$

⇨ $\overline{BH}=9$，

在四邊形 $AHCF$ 中，因為已有三個內角為直角，

所以第四個內角也是直角，因此四邊形 $AHCF$ 為矩形，

則 $\overline{AF}=\overline{CH}$ (對邊相等)

$=\overline{BC}-\overline{BH}=13-9=4$，

故選(B)

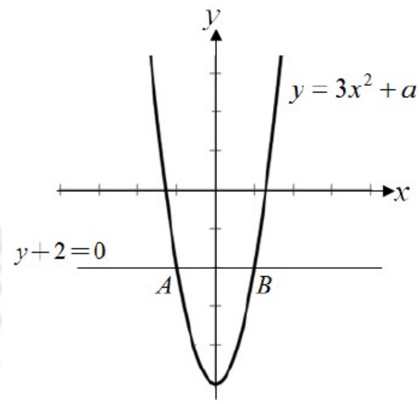
21. 已知坐標平面上有一直線 L，其方程式為 $y+2=0$，且 L 與二次函數 $y=3x^2+a$ 的圖形相交於 A、B 兩點；與二次函數 $y=-2x^2+b$ 的圖形相交於 C、D 兩點，其中 a、b 為整數。若 $\overline{AB}=2$，$\overline{CD}=4$，則 $a+b$ 之值為何？

(A) 1　(B) 9　(C) 16　(D) 24

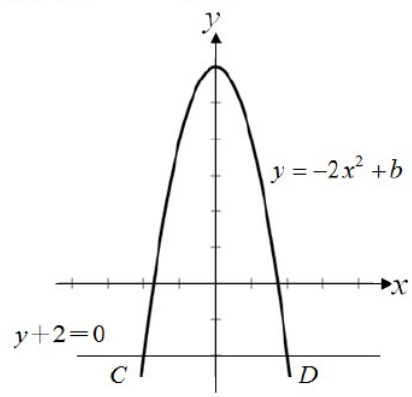
【答案】A

【詳解】

❶題目已知直線 L：$y+2=0$ 與二次函數 $y=3x^2+a$ 的圖形相交於 A、B 兩點，
因為直線 L：$y+2=0$ 為水平線，
二次函數 $y=3x^2+a$ 的圖形對稱 y 軸，
所以 A、B 兩點對稱於 y 軸，
且兩點的 y 坐標 $=-2$
(直線 $y+2=0$ 上的點的 y 坐標 $=-2$)，
又知 $\overline{AB}=2$，
則 A、B 兩點到 y 軸距離皆為 $\frac{2}{2}=1$，
設 A 點在 B 點左邊，可得 $A(-1,-2)$。
將 $x=-1$、$y=-2$ 代入 $y=3x^2+a$，
得 $-2=3\times(-1)^2+a \Rightarrow -2=3+a \Rightarrow a=-5$。

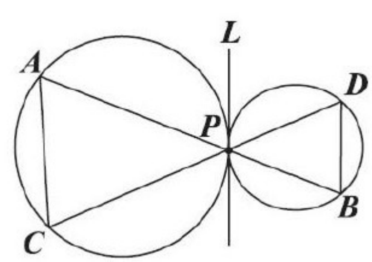


❷題目已知直線 L：$y+2=0$ 與二次函數 $y=-2x^2+b$ 的圖形相交於 C、D 兩點，
二次函數 $y=-2x^2+b$ 的圖形同樣對稱 y 軸，
所以 C、D 兩點對稱於 y 軸，
且兩點的 y 坐標 $=-2$
(直線 $y+2=0$ 上的點的 y 坐標 $=-2$)，
又知 $\overline{CD}=4$，
則 C、D 兩點到 y 軸距離皆為 $\frac{4}{2}=2$，
設 C 點在 D 點左邊，可得 $C(-2,-2)$。
將 $x=-2$、$y=-2$ 代入 $y=-2x^2+b$，
得 $-2=-2\times(-2)^2+b \Rightarrow -2=-8+b \Rightarrow b=6$，
因此 $a+b=-5+6=1$。



故選(A)

22. 如附圖，兩圓外切於 P 點，且通過 P 點的公切線為 L。過 P 點作兩直線，兩直線與兩圓的交點為 A、B、C、D，其位置如圖所示。若 $\overline{AP}=10$，$\overline{CP}=9$，則下列角度關係何者正確？



(A) $\angle PBD>\angle PAC$　(B) $\angle PBD<\angle PAC$
(C) $\angle PBD>\angle PDB$　(D) $\angle PBD<\angle PDB$

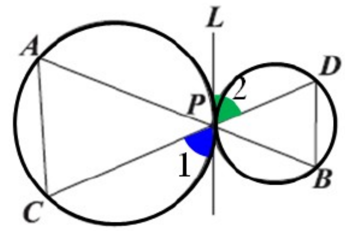
【答案】D

【詳解】

❶(A)(B)兩選項要比較 $\angle PBD$、$\angle PAC$ 的大小，

$\angle PAC$ 是圓周角，其度數等於所對弧度數的一半，

可得 $\angle PAC=\frac{1}{2}PC$ ，同理 $\angle PBD=\frac{1}{2}PD$ 。



已知直線 L 為圓的切線，又 $\overline{PC}$ 為弦，

則 $\angle 1$ 是弦切角，其度數等於所夾弧度數的一半，

可得 $\angle 1=\frac{1}{2}PC$ ，同理 $\angle 2=\frac{1}{2}PD$ ⇨ $\angle PAC=\angle 1$，$\angle PBD=\angle 2$，

而 $\angle 1=\angle 2$(對頂角)，因此 $\angle PBD=\angle PAC$ ，故(A)(B)皆錯誤。

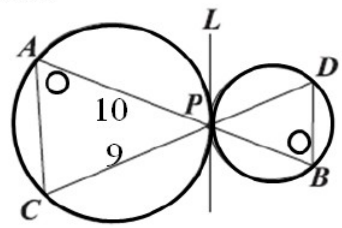
❷(C)(D)兩選項要比較 $\angle PBD$、$\angle PDB$ 的大小，$\angle PBD$、$\angle PDB$ 在 $\triangle PBD$ 中，

只要能找出 $\overline{PD}$ 、 $\overline{PB}$ 的大小關係，就能由大邊對大角得知兩角的關係。

在 $\triangle PBD$ 與 $\triangle PAC$ 中，

因為 $\angle PBD=\angle PAC$ (由❶知)，$\angle BPD=\angle APC$ (對頂角)，

所以 $\triangle PBD\sim\triangle PAC$ (AA 相似)



⇨ $\overline{PD}:\overline{CP}=\overline{PB}:\overline{AP}$ ⇨ $\overline{PD}:9=\overline{PB}:10$ ⇨ $\overline{PD}:\overline{PB}=9:10$

⇨ $\overline{PD}<\overline{PB}$ ，

由大邊對大角可知 $\angle PBD<\angle PDB$。

故選(D)

23. 小柔想要榨果汁，她有蘋果、芭樂、柳丁三種水果，且其顆數比為 9：7：6。小柔榨完果汁後，蘋果、芭樂、柳丁的顆數比變為 6：3：4。已知小柔榨果汁時沒有使用柳丁，關於她榨果汁時另外兩種水果的使用情形，下列敘述何者正確？

(A)只使用蘋果

(B)只使用芭樂

(C)使用蘋果及芭樂，且使用的蘋果顆數比使用的芭樂顆數多

(D)使用蘋果及芭樂，且使用的芭樂顆數比使用的蘋果顆數多

【答案】B

【詳解】

小柔有蘋果、芭樂、柳丁三種水果，且其顆數比為 9：7：6，

可設蘋果、芭樂、柳丁分別有 $9r$、$7r$、$6r$ 顆，其中 r 不等於 0，

榨完果汁後，蘋果、芭樂、柳丁的顆數比變為 6：3：4，

可設榨完果汁後，蘋果、芭樂、柳丁分別有 $6k$、$3k$、$4k$ 顆，其中 k 不等於 0，

因為沒有使用柳丁，所以 $6r=4k$ ⇨ $k=\frac{6}{4}r=\frac{3}{2}r$ ，

將 $k=\frac{3}{2}r$ 代回榨完果汁後的蘋果數及芭樂數，

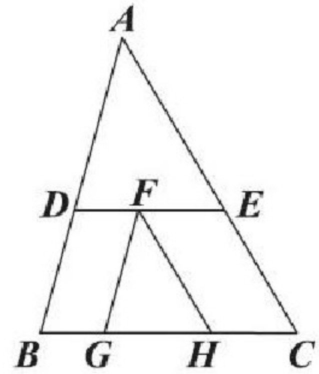
可得榨完果汁後，蘋果數 $=6k=6\times\frac{3}{2}r=9r$ ＝原有的蘋果數，

芭樂數 $=3k=3\times\frac{3}{2}r=\frac{9}{2}r$ ＜原有的芭樂數 $7r$，

因此小柔沒有使用蘋果，只使用芭樂。

故選(B)

24. 如附圖，$\triangle ABC$ 、$\triangle FGH$ 中，D、E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、$\overline{AC}$ 上，F 點在 $\overline{DE}$ 上，G、H 兩點在 $\overline{BC}$ 上，且 $\overline{DE}//\overline{BC}$ ，$\overline{FG}//\overline{AB}$ ，$\overline{FH}//\overline{AC}$ 。若 $\overline{BG}:\overline{GH}:\overline{HC}=4:6:5$，則 $\triangle ADE$ 與 $\triangle FGH$ 的面積比為何？



(A) $2:1$

(B) $3:2$

(C) $5:2$

(D) $9:4$

【答案】D

【詳解】

❶首先找出 $\triangle ADE$ 與 $\triangle FGH$ 的關係。

因為 $\overline{DE}//\overline{BC}$ ，

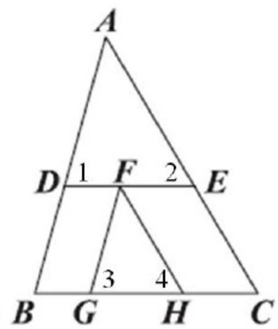
所以 $\angle 1=\angle B$，$\angle 2=\angle C$(同位角相等)，

又 $\overline{FG}//\overline{AB}$ ，則 $\angle B=\angle 3$ ⇨ $\angle 1=\angle 3$；

$\overline{FH}//\overline{AC}$ ，則 $\angle C=\angle 4$ ⇨ $\angle 2=\angle 4$，

根據三角形 AA 相似性質可得 $\triangle ADE\sim\triangle FGH$ ，

題目要求兩個三角形的面積比，則只要求出對應邊長比即可



❷已知 $\overline{BG}:\overline{GH}:\overline{HC}=4:6:5$，

可設 $\overline{BG}=4r$ 、$\overline{GH}=6r$ 、$\overline{HC}=5r$ ，

因為 $\overline{DE}//\overline{BC}$ ，$\overline{FG}//\overline{AB}$，

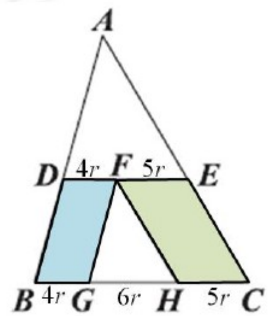
所以四邊形 $DBGF$ 為平行四邊形，

⇨ $\overline{DF}=\overline{BG}=4r$ (對邊相等)。

因為 $\overline{DE}//\overline{BC}$ ，$\overline{FH}//\overline{AC}$ ，

所以四邊形 $FHCE$ 為平行四邊形，

⇨ $\overline{FE}=\overline{HC}=5r$ (對邊相等)。



則 $\triangle ADE$ 與 $\triangle FGH$ 對應邊長比

$=\overline{DE}:\overline{GH}=(4r+5r):6r=9r:6r=3:2$ ，

由❶知 $\triangle ADE\sim\triangle FGH$ ，

根據相似三角形面積比等於對應邊長平方比，

可得 $\triangle ADE$ 與 $\triangle FGH$ 的面積比為 $3^2:2^2=9:4$ 。

故選(D)

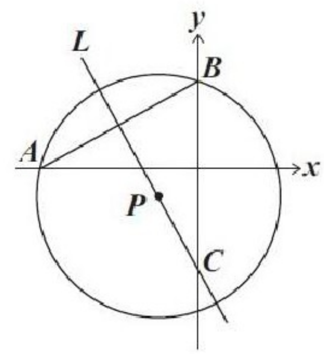
25. 某商店將巧克力包裝成方形、圓形禮盒出售，且每盒方形禮盒的價錢相同，每盒圓形禮盒的價錢相同。阿郁原先想購買 3 盒方形禮盒和 7 盒圓形禮盒，但他身上的錢會不足 240 元，如果改成購買 7 盒方形禮盒和 3 盒圓形禮盒，他身上的錢會剩下 240 元。若阿郁最後購買 10 盒方形禮盒，則他身上的錢會剩下多少元？

(A) 360 (B) 480 (C) 600 (D) 720

【答案】C
【詳解】

設一盒方形禮盒的價錢為 x 元，一盒圓形禮盒的價錢為 y 元，
已知購買 3 盒方形禮盒和 7 盒圓形禮盒不足 240 元，表示阿郁身上的錢 $=3x+7y-240$，
若改購買 7 盒方形禮盒和 3 盒圓形禮盒會剩下 240 元，表示阿郁身上的錢 $=7x+3y+240$，
可列出 $3x+7y-240=7x+3y+240 \Rightarrow 4y=4x+480 \Rightarrow y=x+120$，
將 $y=x+120$ 代入 $7x+3y+240$(阿郁身上的錢)，
可得阿郁身上的錢 $=7x+3(x+120)+240=10x+600$。
阿郁最後購買 10 盒方形禮盒，花去 $10x$ 元，
則他身上的錢會剩下 $10x+600-10x=600$ 元。
故選(C)

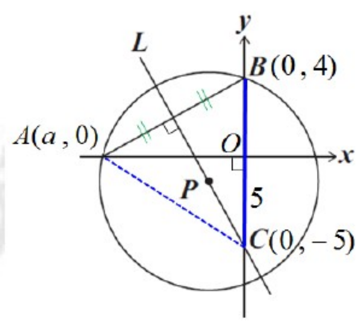
26. 如附圖，坐標平面上，A、B 兩點分別為圓 P 與 x 軸、y 軸的交點，有一直線 L 通過 P 點且與 $\overline{AB}$ 垂直，C 點為 L 與 y 軸的交點。若 A、B、C 的坐標分別為 $(a,0)$、$(0,4)$、$(0,-5)$，其中 $a<0$，則 a 的值為何？



(A) $-2\sqrt{14}$　　(B) $-2\sqrt{5}$
(C) -8　　(D) -7

【答案】A
【詳解】

❶設坐標平面原點為 O，題目要求 a 的值，則只要知道 $\overline{OA}$ 長即可。
由於 x 軸與 y 軸互相垂直，連接 $\overline{AC}$，
可得 $\triangle OAC$ 為直角三角形，
又題目已知 $C(0,-5)$，則 $\overline{OC}=|-5|=5$，
只要求出 $\overline{AC}$，由畢氏(勾股)定理可計算出 $\overline{OA}$。



❷由題目可知一直線 L 通過圓心 P 且與弦 $\overline{AB}$ 垂直，
根據過圓心且與弦垂直的直線必平分此弦，
可知直線 L 是 $\overline{AB}$ 的垂直平分線，
根據線段的垂直平分線上任一點到線段兩端點的距離相等，
可得 $\overline{AC}=\overline{BC}=4-(-5)=9$。
在直角 $\triangle OAC$ 中，由畢氏(勾股)定理可得
$\overline{AO}=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{OC}^2}=\sqrt{9^2-5^2}=\sqrt{56}=\sqrt{2^2\times14}=2\sqrt{14}$，
由圖可知 A 點坐標為 $(-2\sqrt{14},0)$，因此 $a=-2\sqrt{14}$。
故選(A)

第二部分：非選擇題（1～2題）

1. 一個箱子內有 4 顆相同的球，將 4 顆球分別標示號碼 1、2、3、4，今翔翔以每次從箱子內取一顆球且取後放回的方式抽取，並預計取球 10 次，現已取了 8 次，取出的結果如表所列：

次數	第1次	第2次	第3次	第4次	第5次	第6次	第7次	第8次	第9次	第10次
號碼	1	3	4	4	2	1	4	1		

若每次取球時，任一顆球被取到的機會皆相等，且取出的號碼即為得分，請回答下列問題：

(1)請求出第 1 次至第 8 次得分的平均數。

(2)承(1)，翔翔打算依計畫繼續從箱子取球 2 次，請判斷是否可能發生「這 10 次得分的平均數不小於 2.2，且不大於 2.4」的情形？若有可能，請計算出發生此情形的機率，並完整寫出你的解題過程；若不可能，請完整說明你的理由。

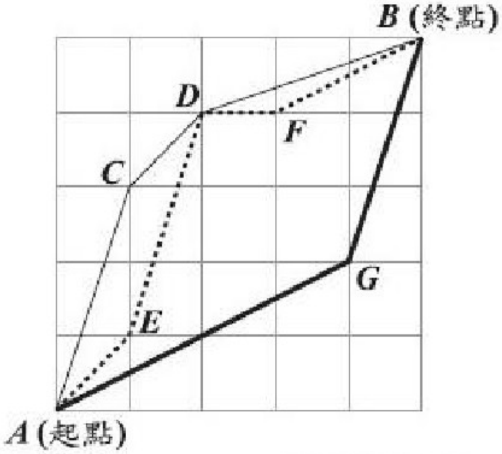
【詳解】

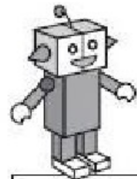
(1) 第 1 次至第 8 次得分的平均數
$=(1+3+4+4+2+1+4+1)\div 8$
$=20\div 8=2.5$(分)。

(2) 還有 2 次抽球，每次抽球得到的分數有 4 種情況(1、2、3、4)，
則一共有 $4\times 4=16$ 種情況。
只要再找出取完 2 次球之後，使這 10 次得分的平均數不小於 2.2，且不大於 2.4 有幾種情況，即可求出機率。

設最後 2 次抽球共得 x 分，
則這 10 次抽球總得分 $=1+3+4+4+2+1+4+1+x=20+x$(分)，
⇨這 10 次抽球的平均 $=\dfrac{20+x}{10}$(分)，
要求這 10 次得分的平均數不小於 2.2，且不大於 2.4，
可列出 $2.2\le\dfrac{20+x}{10}\le 2.4$ ⇨ $22\le 20+x\le 24$ ⇨ $2\le x\le 4$，
表示最後 2 次抽球可能共得 2、3、4 分，
可能的情況有 $(1,1)$、$(1,2)$、$(2,1)$、$(1,3)$、$(2,2)$、$(3,1)$，共 6 種。
最後 2 次抽球，每次抽球得到的分數有 4 種情況(1、2、3、4)，
則一共有 $4\times 4=16$ 種情況，
因此這 10 次得分的平均數不小於 2.2，且不大於 2.4 的機率 $=\dfrac{6}{16}=\dfrac{3}{8}$。

2. 嘉嘉參加機器人設計活動，需操控機器人在 5×5 的方格棋盤上從 A 點行走至 B 點，且每個小方格皆為正方形。主辦單位規定了三條行走路徑 R_1、R_2、R_3，其行經位置如附圖與表格所示：



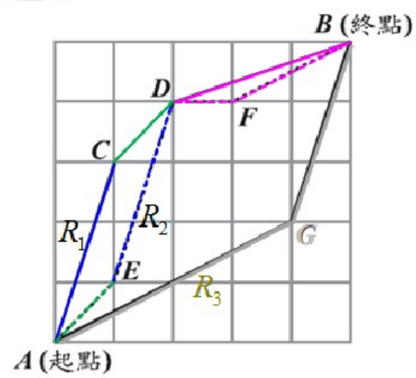


路徑	編號	圖例	行經位置
第一條路徑	R_1	——	$A\to C\to D\to B$
第二條路徑	R_2	------	$A\to E\to D\to F\to B$
第三條路徑	R_3	▬▬	$A\to G\to B$

已知 A、B、C、D、E、F、G 七點皆落在格線的交點上，且兩點之間的路徑皆為直線，在無法使用任何工具測量的條件下，請判斷 R_1、R_2、R_3 這三條路徑中，最長與最短的路徑分別為何？請寫出你的答案，並完整說明理由。

【詳解】

❶觀察 R_1、R_2。



$R_1=\overline{AC}+\overline{CD}+\overline{DB}$、$R_2=\overline{AE}+\overline{ED}+\overline{DF}+\overline{FB}$，

$\overline{AC}$ 與 $\overline{ED}$ 都是 3×1 長方形的對角線 ➔ $\overline{AC}=\overline{ED}$，

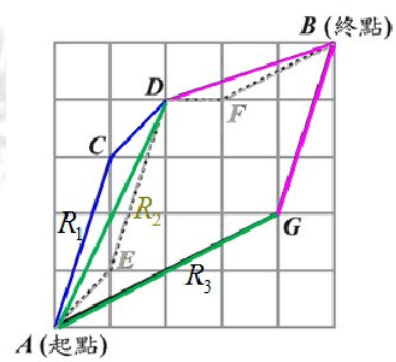
$\overline{CD}$ 與 $\overline{AE}$ 都是 1×1 正方形的對角線 ➔ $\overline{CD}=\overline{AE}$，

在 $\triangle DFB$ 中，

由任兩邊和大於第三邊可得 $\overline{DF}+\overline{FB}>\overline{DB}$，

因此 $R_2>R_1$。

❷觀察 R_1、R_3。



$R_1=\overline{AC}+\overline{CD}+\overline{DB}$、$R_3=\overline{AG}+\overline{GB}$，

$\overline{DB}$ 與 $\overline{GB}$ 是 $1\times3(3\times1)$ 長方形的對角線 ➔ $\overline{DB}=\overline{GB}$，

而 $\overline{AC}$、$\overline{CD}$、$\overline{AG}$ 皆不等長，且不在同一個三角形中，

無法直接比較，

注意到 $\overline{AD}$ 與 $\overline{AG}$ 是 $4\times2(2\times4)$ 長方形的對角線 ➔ $\overline{AD}=\overline{AG}$，

$\overline{AC}$、$\overline{CD}$、$\overline{AD}$ 在 $\triangle ACD$ 中，

由任兩邊和大於第三邊可得 $\overline{AC}+\overline{CD}>\overline{AD}$，

則 $\overline{AC}+\overline{CD}>\overline{AG}$，

因此 $R_1>R_3$。

綜合上述可得 $R_2>R_1>R_3$。