

第一部分：選擇題（1~26 題）

1. 算式 $-\frac{5}{3} - (-\frac{1}{6})$ 之值為何？

(A) $-\frac{3}{2}$

(B) $-\frac{4}{3}$

(C) $-\frac{11}{6}$

(D) $-\frac{4}{9}$

【答案】A

【詳解】

$$\begin{aligned}
 -\frac{5}{3} - (-\frac{1}{6}) &= -\frac{5}{3} + \frac{1}{6} \\
 &= -\frac{10}{6} + \frac{1}{6} \quad \text{通分} \\
 &= -\frac{9}{6} \\
 &= -\frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

故選(A)

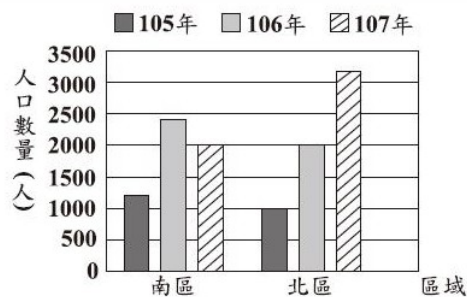
2. 某城市分為南、北兩區，附圖為 105 年到 107 年該城市兩區的人口數量長條圖。根據附圖判斷該城市的總人口數量，從 105 年到 107 年的變化情形為下列何者？

(A) 逐年增加

(B) 逐年減少

(C) 先增加，再減少

(D) 先減少，再增加



【答案】A

【詳解】

- 105 年南區人數大於 1000 人，且小於 1500 人，北區人數 1000 人，
則 $1000 + 1000 < 105 \text{ 年總人數} < 1500 + 1000$
 $\Rightarrow 2000 < 105 \text{ 年總人數} < 2500$ 。
- 106 年南區人數大於 2000 人，且小於 2500 人，北區人數 2000 人，
則 $2000 + 2000 < 106 \text{ 年總人數} < 2500 + 2000$
 $\Rightarrow 4000 < 106 \text{ 年總人數} < 4500$ 。
- 107 年南區人數 2000 人，北區人數大於 3000 人，且小於 3500 人，
則 $2000 + 3000 < 107 \text{ 年總人數} < 2000 + 3500$
 $\Rightarrow 5000 < 107 \text{ 年總人數} < 5500$ 。

因此總人口數量，從 105 年到 107 年是逐年增加。

故選(A)

3. 計算 $(2x-3)(3x+4)$ 的結果，與下列哪一個式子相同？

(A) $-7x+4$

(B) $-7x-12$

(C) $6x^2-12$

(D) $6x^2-x-12$

【答案】D

【詳解】

$$\begin{aligned}(2x-3)(3x+4) &= 2x \cdot 3x + 2x \cdot 4 - 3 \cdot 3x - 3 \cdot 4 \\ &= 6x^2 + 8x - 9x - 12 \\ &= 6x^2 - x - 12\end{aligned}$$

故選(D)

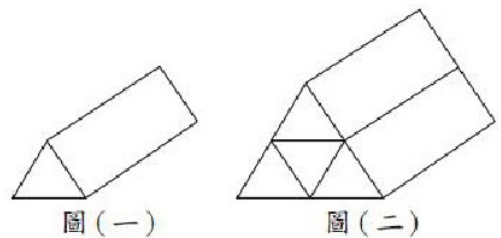
4. 圖(一)的直角柱由 2 個正三角形底面和 3 個矩形側面組成，其中正三角形面積為 a ，矩形面積為 b 。若將 4 個圖(一)的直角柱緊密堆疊成圖(二)的直角柱，則圖(二)中直角柱的表面積為何？

(A) $4a+2b$

(B) $4a+4b$

(C) $8a+6b$

(D) $8a+12b$



【答案】C

【詳解】

將 4 個圖(一)的直角柱緊密堆疊成圖(二)的直角柱

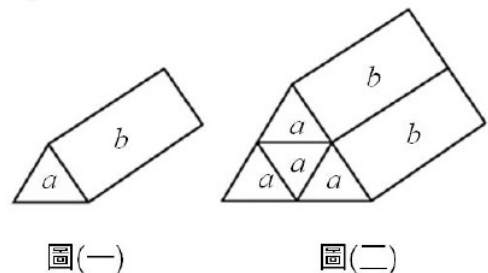
圖(二)直角柱的表面積

= 1 個底面面積 $\times 2$ + 側面面積和

$$= 4a \times 2 + (b+b) \times 3$$

$$= 8a + 6b$$

故選(C)



5. 若 $\sqrt{44} = 2\sqrt{a}$ ， $\sqrt{54} = 3\sqrt{b}$ ，則 $a+b$ 之值為何？

(A) 13

(B) 17

(C) 24

(D) 40

【答案】B

【詳解】

$$\sqrt{44} = \sqrt{2^2 \times 11} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{11} = 2\sqrt{11} = 2\sqrt{a} \Rightarrow a = 11$$

$$\sqrt{54} = \sqrt{2 \times 3^3} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{2 \times 3} = 3\sqrt{6} = 3\sqrt{b} \Rightarrow b = 6$$

$$a+b = 11+6 = 17$$

故選(B)

6. 民國106年8月15日，大潭發電廠因跳電導致供電短少約430萬瓩，造成全臺灣多處地方停電。已知1瓩等於1千瓦，求430萬瓩等於多少瓦？

(A) 4.3×10^7 (B) 4.3×10^8 (C) 4.3×10^9 (D) 4.3×10^{10}

【答案】C

【詳解】

430萬瓩也就是4300000瓩，

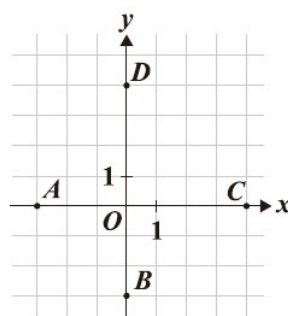
已知1瓩等於1千瓦，

則4300000瓩 = 4300000×1000 瓦 = 4300000000 瓦 = 4.3×1000000000 瓦 = 4.3×10^9 瓦

故選(C)

7. 附圖的坐標平面上有原點O與A、B、C、D四點。若有一直線L通過點(-3, 4)且與y軸垂直，則L也會通過下列哪一點？

(A) A
(B) B
(C) C
(D) D



【答案】D

【詳解】

點(-3, 4)的位置如E點，

直線L通過E點且與y軸垂直，

表示直線L平行於x軸，

直線L為一條水平線，

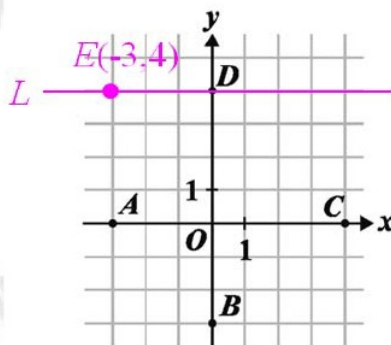
如附圖桃紅色直線，

其方程式為 $y = 4$ ，

因為D點的y坐標也是4，

所以直線L通過D點。

故選(D)



8. 若多項式 $5x^2 + 17x - 12$ 可因式分解成 $(x + a)(bx + c)$ ，其中a、b、c均為整數，則a + c之值為何？

(A) 1 (B) 7 (C) 11 (D) 13

【答案】A

【詳解】

由十字交乘法可得 $5x^2 + 17x - 12$ 的因式分解為 $(x + 4)(5x - 3)$ ，

$(x + 4)(5x - 3)$ 對照 $(x + a)(bx + c)$ 可得 $a = 4$ 、 $b = 5$ 、 $c = -3$ ，

因此 $a + c = 4 + (-3) = 1$

故選(A)

$$\begin{array}{r}
 5x^2 + 17x - 12 \\
 \begin{array}{cc}
 x & 4 \\
 5x & -3
 \end{array} \\
 \hline
 20x - 3x = 17x
 \end{array}$$

9. 公園內有一矩形步道，其地面使用相同的灰色正方形地磚與相同的白色等腰直角三角形地磚排列而成。附圖表示此步道的地磚排列方式，其中正方形地磚為連續排列且總共有 40 個。求步道上總共使用多少個三角形地磚？



- (A) 84 (B) 86 (C) 160 (D) 162

【答案】A

【詳解】

(解法一)

觀察圖形，每兩個正方形地磚之間都有 2 個三角形地磚，

40 個正方形地磚之間共有 $(40-1) \times 2 = 78$ 個三角形地磚

(可看成種樹問題中頭尾都種，間隔數 = 棵數 - 1)。

最左邊的正方形的左邊有 3 個三角形地磚，

最右邊的正方形的右邊有 3 個三角形地磚，

因此三角形地磚共有 $78 + 3 + 3 = 84$ 個。



(解法二)

最左邊的正方形的左邊有 3 個三角形地磚，

右邊有 2 個三角形地磚，一共有 $3 + 2 = 5$ 個地磚，

接下來每增加一個正方形地磚，

就會增加 2 個三角形地磚，

三角形地磚總數可看成首項為 5，公差為 2 的等差數列，

則 40 個正方形地磚共有 $5 + (40-1) \times 2 + 1 = 5 + 78 + 1 = 84$ 個

(加 1 是因為最右邊正方形的右邊有 1 個三角形地磚沒算到)。

故選(A)



10. 數線上有 O 、 A 、 B 、 C 四點，各點位置與各點所表示的數如圖所示。若數線上有一點 D ， D 點所表示的數為 d ，且 $|d-5| = |d-c|$ ，則關於 D 點的位置，下列敘述何者正確？

- (A) 在 A 的左邊 (B) 介於 A 、 C 之間 (C) 介於 C 、 O 之間 (D) 介於 O 、 B 之間

【答案】D

【詳解】

因為 $|x-y|$ 是代表 x 的點與代表 y 的點之間的距離，

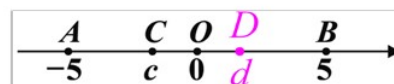
所以由 $|d-5| = |d-c|$ 可知 D 點到 B 點的距離

等於 D 點到 C 點的距離，

因此 D 點在 B 點與 C 點的正中間，如圖所示，

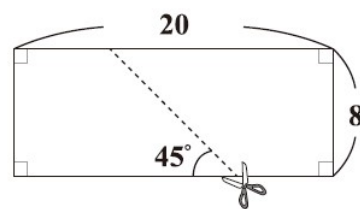
由圖可知 D 點介於 O 與 B 之間。

故選(D)



11. 如圖，將一長方形紙片沿著虛線剪成兩個全等的梯形紙片。根據圖中標示的長度與角度，求梯形紙片中較短的底邊長度為何？

- (A) 4 (B) 5
(C) 6 (D) 7



【答案】C

【詳解】

如圖，長方形 $ABCD$ 紙片，沿 $\overline{EF}$ 剪成兩個全等的梯形，可設 $\overline{AF} = \overline{EC} = x$ (同為上底)。

作 $\overline{FG} \perp \overline{BC}$ 於 G ，

因為四邊形 $ABGF$ 、四邊形 $CDFG$ 已有三個內角為直角，則第四個內角也是直角，

所以四邊形 $ABGF$ 、四邊形 $CDFG$ 都是矩形

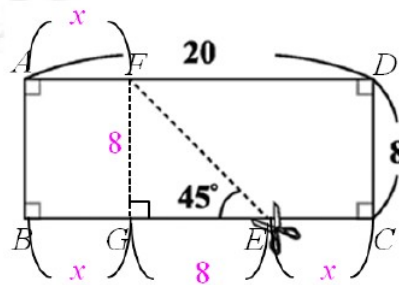
→ $\overline{BG} = \overline{AF} = x$ ， $\overline{FG} = \overline{CD} = 8$ (矩形對邊相等)。

又 $\triangle EFG$ 是 45° 、 45° 、 90° 的直角三角形 → $\overline{GE} = \overline{FG} = 8$ ，

因此 $\overline{BG} + \overline{GE} + \overline{EC} = x + 8 + x = 20$ ($\overline{AD}$) → $2x = 12$ → $x = 6$ ，

即梯形紙片中較短的底邊長度為 6。

故選(C)



12. 阿慧在店內購買兩種蛋糕當伴手禮，附圖為蛋糕的價目表。

已知阿慧購買 10 盒蛋糕，花費的金額不超過 2500 元。

若他將蛋糕分給 75 位同事，每人至少能拿到一個蛋糕，

則阿慧花多少元購買蛋糕？

- (A) 2150 (B) 2250
(C) 2300 (D) 2450

桂圓蛋糕	金棗蛋糕
一盒 12 個 售價 350 元	一盒 6 個 售價 200 元

【答案】D

【詳解】

- ① 已知阿慧購買 10 盒蛋糕，可設買 x 盒桂圓蛋糕， $(10 - x)$ 盒金棗蛋糕，桂圓蛋糕一盒 350 元，金棗蛋糕一盒 200 元，則 10 盒共花了 $350x + 200(10 - x) = 350x + 2000 - 200x = 150x + 2000$ 元，

已知不超過 2500 元，可列出 $150x + 2000 \leq 2500$ → $150x \leq 500$ → $x \leq \frac{500}{150} = \frac{10}{3}$

- ② 桂圓蛋糕一盒 12 個，金棗蛋糕一盒 6 個，則 10 盒共有 $12x + 6(10 - x) = 12x + 60 - 6x = 6x + 60$ 個，

已知分給 75 位同事，每人至少一個，可列出 $6x + 60 \geq 75$ → $6x \geq 15$ → $x \geq \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$

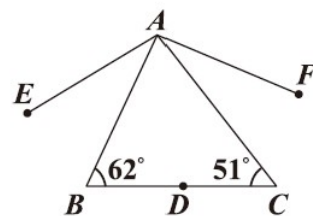
- ③ 由①②可得 $\frac{5}{2} \leq x \leq \frac{10}{3}$ ，因為 x 是盒數，為整數，符合範圍的整數只有 $x = 3$ ，

所以共花了 $150 \times 3 + 2000 = 450 + 2000 = 2450$ 元。

故選(D)

13. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 點在 $\overline{BC}$ 上，將 D 點分別以 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 為對稱軸，畫出對稱點 E 、 F ，並連接 $\overline{AE}$ 、 $\overline{AF}$ 。根據圖中標示的角度，求 $\angle EAF$ 的度數為何？

- (A) 113
(B) 124
(C) 129
(D) 134



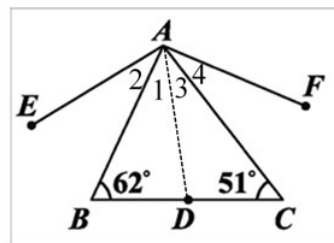
【答案】D

【詳解】

因為將 D 點分別以 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 為對稱軸，畫出對稱點 E 、 F ，所以連接 $\overline{AD}$ 可得 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ (對稱角相等)，

$$\begin{aligned}\angle EAF &= \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 \\ &= 2\angle 1 + 2\angle 3 \\ &= 2(\angle 1 + \angle 3) \\ &= 2 \times (180^\circ - 62^\circ - 51^\circ) \\ &= 2 \times 67^\circ \\ &= 134^\circ\end{aligned}$$

故選(D)



14. 箱子內裝有 53 顆白球及 2 顆紅球，小芬打算從箱子內抽球，以每次抽出一球後將球再放回的方式抽 53 次球。若箱子內每顆球被抽到的機會相等，且前 52 次中抽到白球 51 次及紅球 1 次，則第 53 次抽球時，小芬抽到紅球的機率為何？

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$
(C) $\frac{2}{53}$ (D) $\frac{2}{55}$

【答案】D

【詳解】

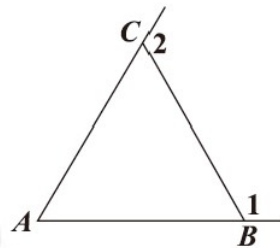
因為每次抽出球後都有將球放回，所以第 53 次抽球時，箱子內裝有 53 顆白球及 2 顆紅球，因為每顆球被抽到的機會相等，所以第 53 次抽球時，

$$\text{小芬抽到紅球的機率} = \frac{\text{紅球數量}}{\text{全部數量}} = \frac{2}{53 + 2} = \frac{2}{55}。$$

故選(D)

15. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AC} = \overline{BC} < \overline{AB}$ 。若 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 分別為 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的外角，則下列角度關係何者正確？

- (A) $\angle 1 < \angle 2$
 (B) $\angle 1 = \angle 2$
 (C) $\angle A + \angle 2 < 180^\circ$
 (D) $\angle A + \angle 1 > 180^\circ$



【答案】C

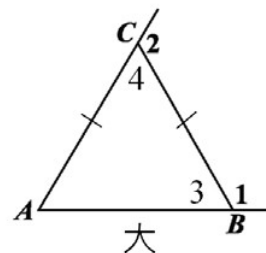
【詳解】

(A)(B)因為 $\overline{AC} = \overline{BC} < \overline{AB}$ ，所以 $\angle 3 = \angle 4 < \angle A$ (大邊對大角)，
 因為 $\angle 3 < \angle 4$ ，所以 $\angle 1 > \angle 2$ (內角較小者，則外角較大)，
 皆錯誤。

(C)因為 $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ ，又 $\angle A < \angle 4$ ，
 所以 $\angle 2 + \angle A < 180^\circ$ ，即 $\angle A + \angle 2 < 180^\circ$ ，正確。

(D)因為 $\angle 3 + \angle 1 = 180^\circ$ ，又 $\angle A = \angle 3$ ，
 所以 $\angle A + \angle 1 = 180^\circ$ ，錯誤。

故選(C)



16. 小涵與阿嘉一起去咖啡店購買同款咖啡豆，咖啡豆每公克的價錢固定，購買時自備容器則結帳金額再減 5 元。若小涵購買咖啡豆 250 公克且自備容器，需支付 295 元；阿嘉購買咖啡豆 x 公克但沒有自備容器，需支付 y 元，則 y 與 x 的關係式為下列何者？

- (A) $y = \frac{295}{250}x$ (B) $y = \frac{300}{250}x$ (C) $y = \frac{295}{250}x + 5$ (D) $y = \frac{300}{250}x + 5$

【答案】B

【詳解】

已知購買時自備容器則結帳金額再減 5 元

小涵購買咖啡豆 250 公克且自備容器，需支付 295 元，

表示咖啡豆 250 公克原價是 $295 + 5 = 300$ 元

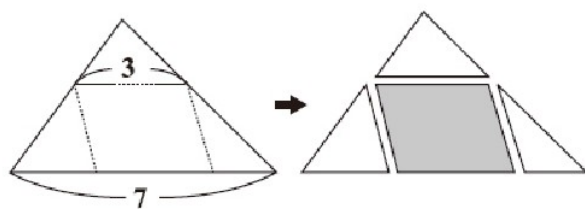
➡ 咖啡豆 1 公克原價是 $\frac{300}{250}$ 元(因為選項的關係，暫不約分)，

阿嘉購買咖啡豆 x 公克但沒有自備容器，需支付 y 元，

因為咖啡豆 x 公克原價是 $\frac{300}{250}x$ 元，所以關係式為 $y = \frac{300}{250}x$ 。

故選(B)

17. 如圖，將一張面積為 14 的大三角形紙片沿著虛線剪成三張小三角形紙片與一張平行四邊形紙片。根據圖中標示的長度，求平行四邊形紙片的面積為何？



- (A) $\frac{21}{5}$ (B) $\frac{42}{5}$
(C) $\frac{24}{7}$ (D) $\frac{48}{7}$

【答案】D

【詳解】

- 已知平行四邊形其中一邊長為 3，若能求出對應的高，即可求出面積。

- ① 如圖，作 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D ，並交 $\overline{FG}$ 於 E 點，則 $\angle AEG = 90^\circ$ (兩平行直線，同位角相等)

⇒ $\overline{ED}$ 為平行四邊形的高。

已知大三角形面積為 14，

$$\text{則 } \frac{\overline{BC} \times \overline{AD}}{2} = 14 \Rightarrow \frac{7 \times \overline{AD}}{2} = 14$$

$$\Rightarrow 7\overline{AD} = 28 \Rightarrow \overline{AD} = 4,$$

若能求出 $\overline{AE}$ ，即可求出 $\overline{ED}$ 。

- ② $\overline{AE}$ 是 $\triangle AFG$ 的高，

在 $\triangle AFG$ 與 $\triangle ABC$ 中，

因為 $\overline{FG} \parallel \overline{BC}$ (平行四邊形對邊平行)，

所以 $\angle AFG = \angle B$ ， $\angle AGF = \angle C$ ，

因此 $\triangle AFG \sim \triangle ABC$ (AA 相似)

⇒ $\overline{AE} : \overline{AD} = \overline{FG} : \overline{BC} = 3 : 7$ (相似三角形對應高的比等於對應邊的比)，

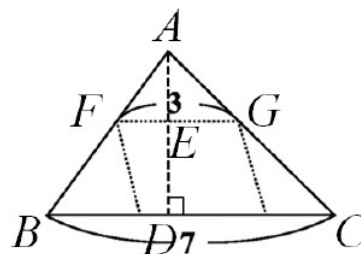
$\overline{AD} = 4$ 代入 $\overline{AE} : \overline{AD} = 3 : 7$ 得 $\overline{AE} : 4 = 3 : 7$

$$\Rightarrow 7\overline{AE} = 4 \times 3 \Rightarrow \overline{AE} = \frac{12}{7},$$

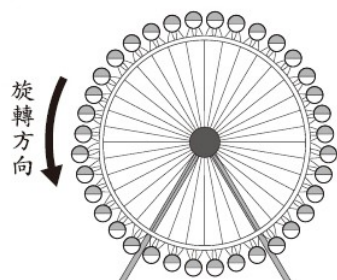
$$\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 4 - \frac{12}{7} = \frac{16}{7},$$

平行四邊形紙片的面積為 $3 \times \frac{16}{7} = \frac{48}{7}$ 。

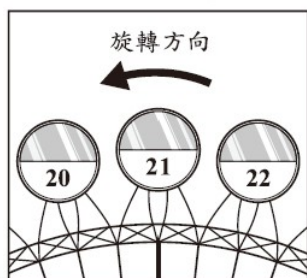
故選(D)



18. 圖(一)的摩天輪上以等間隔的方式設置 36 個車廂，車廂依順時針方向分別編號為 1 號到 36 號，且摩天輪運行時以逆時針方向等速旋轉，旋轉一圈花費 30 分鐘。若圖(二)表示 21 號車廂運行到最高點的情形，則此時經過多少分鐘後，9 號車廂才會運行到最高點？



圖(一)



圖(二)

(A) 10

(B) 20

(C) $\frac{15}{2}$

(D) $\frac{45}{2}$

【答案】B

【詳解】

- ① 圖(二)是 21 號車廂到最高點，
因為以等間隔的方式設置 36 個車廂(有 36 個間隔)，
且旋轉一圈花費 30 分鐘，
所以下一個車廂(22 號)運行到最高點需要經過 $\frac{30}{36} = \frac{5}{6}$ 分鐘，
因為摩天輪等速旋轉，所以只要找出 9 號車廂運行到最高點時經過幾個 $\frac{5}{6}$ 分鐘，
即可求出答案。
- ② 會經過最高點的車廂號碼依序為 22、23、24、……、36、1、2、3、4、5、6、7、8、9，
共有 $(36 - 22 + 1) + 9 = 24$ 個車廂，
因此由 21 號車廂到最高點算起，需要 24 個 $\frac{5}{6}$ 分鐘，即 $\frac{5}{6} \times 24 = 20$ 分鐘，
9 號車廂才會運行到最高點。

故選(B)

19. 如圖，直角三角形 ABC 的內切圓分別與 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 相切於 D 點、 E 點。

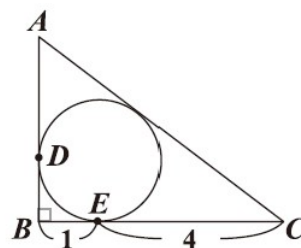
根據圖中標示的長度與角度，求 $\overline{AD}$ 的長度為何？

(A) $\frac{3}{2}$

(B) $\frac{5}{2}$

(C) $\frac{4}{3}$

(D) $\frac{5}{3}$



【答案】D

【詳解】

已知圓是直角三角形 ABC 的內切圓，

設 $\overline{AC}$ 切圓於 F 點，且 D 、 E 兩點也是切點，

根據圓的切線段長性質可得 $\overline{AD} = \overline{AF}$ ， $\overline{BD} = \overline{BE} = 1$ ， $\overline{CF} = \overline{CE} = 4$ ，

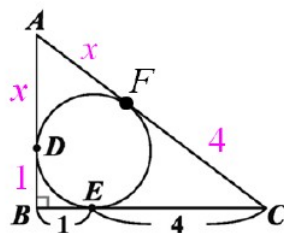
設 $\overline{AD} = \overline{AF} = x$ ，

在直角三角形 ABC 中，由畢氏(勾股)定理可得 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$

$$\Rightarrow (x+1)^2 + (1+4)^2 = (x+4)^2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 + 25 = x^2 + 8x + 16$$

$$\Rightarrow 6x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}，因此 \overline{AD} = \frac{5}{3}。$$

故選(D)



20. 某旅行團到森林遊樂區參觀，附表為兩種參觀方式與所需的纜車費用。已知旅行團的每個人皆從這兩種方式中選擇一種，且去程有 15 人搭乘纜車，回程有 10 人搭乘纜車。若他們纜車費用的總花費為 4100 元，則此旅行團共有多少人？

參觀方式	纜車費用
去程及回程均搭乘纜車	300 元
單程搭乘纜車，單程步行	200 元

(A) 16

(B) 19

(C) 22

(D) 25

【答案】A

【詳解】

① 旅行團的每個人皆從這兩種參觀方式中選擇一種，

設有 x 個人選擇來回均搭乘纜車，

有 y 個人選擇單程搭乘纜車，單程步行，

已知纜車費用的總花費為 4100 元，且來回均搭乘纜車每人 300 元，單程搭乘纜車每人 200 元，可列出 $300x + 200y = 4100 \Rightarrow 3x + 2y = 41$ 。

② 已知去程有 15 人搭乘纜車，回程有 10 人搭乘纜車，共搭乘 $15 + 10 = 25$ 人次，

因為有 x 個人選擇來回均搭乘纜車，這 x 個人會搭乘 $2x$ 人次，

有 y 個人選擇單程搭乘纜車，單程步行，這 y 個人會搭乘 y 人次，

所以可列出 $2x + y = 25$ 。

③ 解聯立方程式 $\begin{cases} 3x + 2y = 41 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2x + y = 25 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ ， $\textcircled{2} \times 2$ 得 $4x + 2y = 50 \cdots \cdots \textcircled{3}$

$$\textcircled{3} - \textcircled{1} \text{ 得 } x = 9，\text{ 代入 } \textcircled{2} \text{ 得 } 2 \times 9 + y = 25 \Rightarrow y = 25 - 18 = 7，$$

因此有 9 個人選擇來回均搭乘纜車，有 7 個人選擇單程搭乘纜車，單程步行，旅行團共有 $9 + 7 = 16$ 人。

故選(A)

21. 小宜跟同學在某餐廳吃飯，附圖為此餐廳的菜單。

若他們所點的餐點總共為 10 份義大利麵， x 杯

飲料， y 份沙拉，則他們點了幾份 A 餐？

- (A) $10 - x$
- (B) $10 - y$
- (C) $10 - x + y$
- (D) $10 - x - y$

A 餐：一份義大利麵
B 餐：一份義大利麵加一杯飲料
C 餐：一份義大利麵加一杯飲料與一份沙拉



【答案】A

【詳解】

他們所點的餐點總共為 10 份義大利麵， x 杯飲料， y 份沙拉

- ① 因為只有 C 餐有沙拉，所以 y 份沙拉表示有 y 份 C 餐。
- ② 只有 B、C 餐有飲料，由 ① 知有 y 份 C 餐 $\Rightarrow$ 有 y 杯飲料，
 x 杯飲料扣掉 y 杯飲料，剩下 $(x - y)$ 杯飲料，可知有 $(x - y)$ 份 B 餐。
- ③ 每份餐點都有義大利麵，10 份義大利麵扣掉 B 餐的 $(x - y)$ 份義大利麵，
再扣掉 C 餐的 y 份義大利麵，
剩下 $10 - (x - y) - y = 10 - x + y - y = 10 - x$ 份義大利麵，
可知有 $(10 - x)$ 份 A 餐。

故選(A)

22. 若正整數 a 和 420 的最大公因數為 35，則下列敘述何者正確？

- (A) 20 可能是 a 的因數，25 可能是 a 的因數
- (B) 20 可能是 a 的因數，25 不可能是 a 的因數
- (C) 20 不可能是 a 的因數，25 可能是 a 的因數
- (D) 20 不可能是 a 的因數，25 不可能是 a 的因數

【答案】C

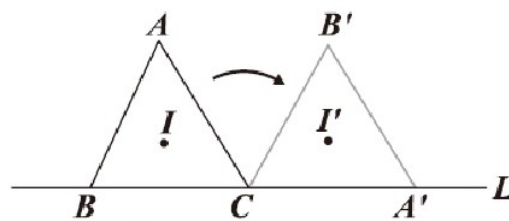
【詳解】

- ① $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ ，最大公因數 $35 = 5 \times 7$ ，
已知兩數的共同質因數中取次方最小者相乘，乘積即為最大公因數，
如果 $20 (= 2^2 \times 5)$ 是 a 的因數，則 a 的標準分解式中質因數 2 至少 2 次方，
但因為 420 也有質因數 2，最大公因數就會有質因數 2，不合，
所以 20 不是 a 的因數，(A)(B)錯誤。
- ② 如果 $25 (= 5^2)$ 是 a 的因數，
則 a 的標準分解式中質因數 5 至少 2 次方，
因為 420 的標準分解式中 5 只有 1 次方，
所以最大公因數取次方最小者相乘時，5 只有 1 次方，符合，
所以 25 可能是 a 的因數，(C)正確，(D)錯誤。

故選(C)

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)420} \\ 2 \overline{)210} \\ 3 \overline{)105} \\ 5 \overline{)35} \\ 7 \end{array}$$

23. 如圖，有一三角形 ABC 的頂點 B 、 C 皆在直線 L 上，且其內心為 I 。今固定 C 點，將此三角形依順時針方向旋轉，使得新三角形 $A'B'C$ 的頂點 A' 落在 L 上，且其內心為 I' 。若 $\angle A < \angle B < \angle C$ ，則下列敘述何者正確？



- (A) $\overline{IC}$ 和 $\overline{IA'}$ 平行， $\overline{II'}$ 和 L 平行
 (B) $\overline{IC}$ 和 $\overline{IA'}$ 平行， $\overline{II'}$ 和 L 不平行
 (C) $\overline{IC}$ 和 $\overline{IA'}$ 不平行， $\overline{II'}$ 和 L 平行
 (D) $\overline{IC}$ 和 $\overline{IA'}$ 不平行， $\overline{II'}$ 和 L 不平行

【答案】C

【詳解】

- 觀察 $\overline{IC}$ 、 $\overline{IA'}$ ，要判斷 $\overline{IC}$ 、 $\overline{IA'}$ 有沒有平行，就只要看 $\angle ICB$ 與 $\angle I'A'C$ 有沒有相等，如果相等，則根據同位角相等可知兩直線平行，反之則不平行。

- ① 因為 I 、 I' 分別是 $\triangle ABC$ 、 $\triangle A'B'C$ 的內心，

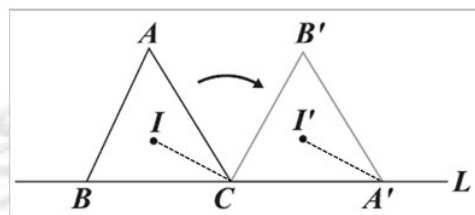
所以 $\overline{IC}$ 、 $\overline{IA'}$ 分別是 $\angle ACB$ 、 $\angle B'A'C$ 的平分線，

$$\text{因此 } \angle ICB = \frac{1}{2} \angle ACB, \angle I'A'C = \frac{1}{2} \angle B'A'C,$$

已知 $\angle A < \angle C$ ，即 $\angle B'A'C < \angle ACB$

$$\Rightarrow \angle I'A'C < \angle ICB$$

$\Rightarrow \overline{IC}$ 和 $\overline{IA'}$ 不平行，(A)(B)錯誤。



- ② 觀察 $\overline{IC}$ 、 $\overline{IA'}$ ，已知 I 是 $\triangle ABC$ 的內心，

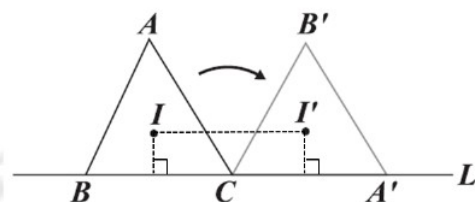
根據三角形的內心到三邊距離相等，

可知 I 到 $\overline{BC}$ 的距離 = I' 到 $\overline{CA'}$ 的距離，

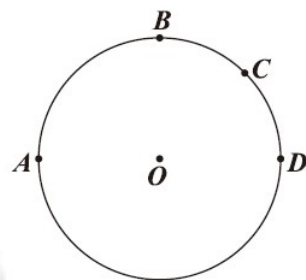
根據平行線之間的距離處處相等，

可得 $\overline{II'}$ 和 L 平行，(C)正確，(D)錯誤。

故選(C)



24. 如圖表示 A 、 B 、 C 、 D 四點在圓 O 上的位置，其中 $\widehat{AD} = 180^\circ$ ，
且 $\widehat{AB} = \widehat{BD}$ ， $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ 。若阿超在 $\widehat{AB}$ 上取一點 P ，在 $\widehat{BD}$ 上
取一點 Q ，使得 $\angle APQ = 130^\circ$ ，則下列敘述何者正確？

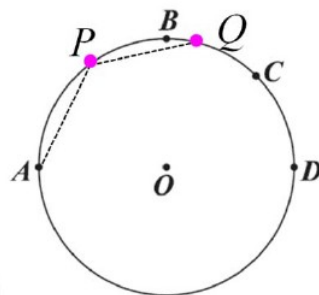


- (A) Q 點在 $\widehat{BC}$ 上，且 $\widehat{BQ} > \widehat{QC}$
(B) Q 點在 $\widehat{BC}$ 上，且 $\widehat{BQ} < \widehat{QC}$
(C) Q 點在 $\widehat{CD}$ 上，且 $\widehat{CQ} > \widehat{QD}$
(D) Q 點在 $\widehat{CD}$ 上，且 $\widehat{CQ} < \widehat{QD}$

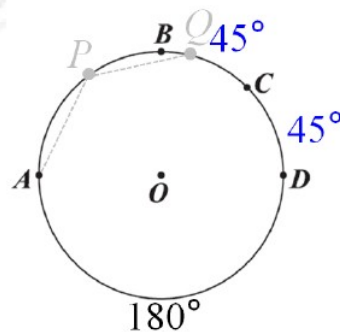
【答案】B

【詳解】

- ① 在 $\widehat{AB}$ 上取一點 P ，在 $\widehat{BD}$ 上取一點 Q ，
則 $\angle APQ$ 是圓周角(附圖為示意圖)，
因為 $\angle APQ = 130^\circ = \frac{1}{2}\widehat{ADQ}$
(圓周角的度數等於所對弧度數的一半)，
所以 $\widehat{ADQ} = 260^\circ$ ，
接下來利用題目所給的弧相等及度數
找出 Q 點在 $\widehat{BD}$ 的什麼位置。

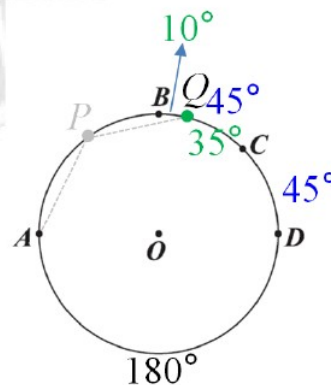


- ② 已知 $\widehat{AD} = 180^\circ$ ，且 $\widehat{AB} = \widehat{BD}$ ，
則 $\widehat{BD} = (360^\circ - 180^\circ) \div 2 = 90^\circ$ ，
又 $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ ，
所以 $\widehat{BC} = \widehat{CD} = \frac{1}{2}\widehat{BD} = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$ ，
因為 $\widehat{AD} + \widehat{CD} = 180^\circ + 45^\circ = 225^\circ < \widehat{ADQ} = 260^\circ$ ，
所以 Q 點不在 $\widehat{CD}$ 上，而是在 $\widehat{BC}$ 上，
(C)(D)錯誤。



- ③ 因為 $\widehat{AD} + \widehat{CD} = 225^\circ$ ， $\widehat{ADQ} = 260^\circ$ ，
所以 $\widehat{QC} = 260^\circ - 225^\circ = 35^\circ$ ，
因此 $\widehat{BQ} = \widehat{BC} - \widehat{QC} = 45^\circ - 35^\circ = 10^\circ$
⇒ $\widehat{BQ} < \widehat{QC}$ ，(A)錯誤，(B)正確。

故選(B)



25. 附圖的 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} > \overline{AC} > \overline{BC}$ ，且 D 為 $\overline{BC}$ 上一點。今打算在 $\overline{AB}$ 上找一點 P ，在 $\overline{AC}$ 上找一點 Q ，使得 $\triangle APQ$ 與 $\triangle PDQ$ 全等，以下是甲、乙兩人的作法：

(甲)連接 $\overline{AD}$ ，作 $\overline{AD}$ 的中垂線分別交 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 於 P 點、 Q 點，

則 P 、 Q 兩點即為所求

(乙)過 D 作與 $\overline{AC}$ 平行的直線交 $\overline{AB}$ 於 P 點，過 D 作與 $\overline{AB}$ 平行的直線交 $\overline{AC}$ 於 Q 點，則 P 、 Q 兩點即為所求

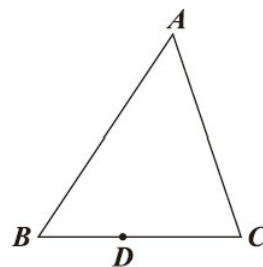
對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？

(A) 兩人皆正確

(B) 兩人皆錯誤

(C) 甲正確，乙錯誤

(D) 甲錯誤，乙正確



【答案】A

【詳解】

甲的作法作出的圖如右。

因為 P 、 Q 在 $\overline{AD}$ 的中垂線上，

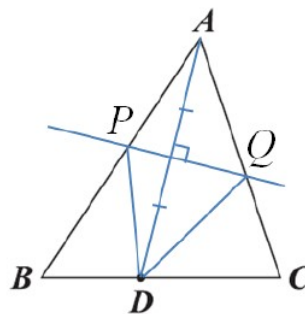
所以 $\overline{AP} = \overline{DP}$ ， $\overline{AQ} = \overline{DQ}$

(線段的中垂線上一點到線段兩端點距離相等)，

又 $\overline{PQ}$ 是 $\triangle APQ$ 與 $\triangle PDQ$ 的共同邊，

因此根據三角形SSS全等性質可得

$\triangle APQ \cong \triangle PDQ$ ，甲的作法正確。



乙的作法作出的圖如右。

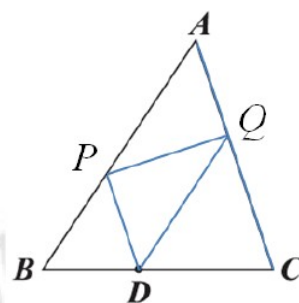
因為 $\overline{PD} \parallel \overline{AC}$ ， $\overline{QD} \parallel \overline{AB}$ ，

所以四邊形 $APDQ$ 是平行四邊形，

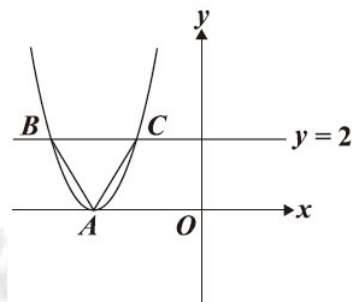
因為平行四邊形任一條對角線將平行四邊形分成兩個全等的三角形，

所以 $\triangle APQ \cong \triangle PDQ$ ，乙的作法正確。

故選(A)



26. 如圖，坐標平面上有一頂點為 A 的拋物線，此拋物線與方程式 $y = 2$ 的圖形交於 B 、 C 兩點，且 $\triangle ABC$ 為正三角形。若 A 點坐標為 $(-3, 0)$ ，則此拋物線與 y 軸的交點坐標為何？



- (A) $(0, \frac{9}{2})$
 (B) $(0, \frac{27}{2})$
 (C) $(0, 9)$
 (D) $(0, 18)$

【答案】B

【詳解】

- ① 已知拋物線頂點為 $A(-3, 0)$ ，可設拋物線為 $y = a(x+3)^2$ ，
 接下來只要能找到拋物線上除了 A 點以外的坐標，
 便可代入解出 a ，進而求出拋物線與 y 軸的交點。
 ② 因為拋物線與方程式 $y = 2$ 的圖形交於 B 、 C 兩點，
 所以 B 、 C 兩點的 y 坐標 $= 2$ 。

- ③ 已知 $\triangle ABC$ 為正三角形，

作 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 於 H ，則 $\overline{AH} = 2 - 0 = 2$ ，
 且 $\triangle ABH$ 為 30° 、 60° 、 90° 的直角三角形

$$\Rightarrow \overline{BH} : \overline{AH} = 1 : \sqrt{3} \Rightarrow \overline{BH} : 2 = 1 : \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3} \overline{BH} = 2$$

$$\Rightarrow \overline{BH} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3} \sqrt{3},$$

$$\text{則 } B \text{ 點的 } x \text{ 坐標} = -3 - \overline{BH} = -3 - \frac{2}{3} \sqrt{3} \Rightarrow B(-3 - \frac{2}{3} \sqrt{3}, 2)$$

- ④ 將 $B(-3 - \frac{2}{3} \sqrt{3}, 2)$ 代入 $y = a(x+3)^2$ 得 $2 = a \times (-3 - \frac{2}{3} \sqrt{3} + 3)^2$

$$\Rightarrow 2 = a \times (-\frac{2}{3} \sqrt{3})^2 = a \times (\frac{4}{9} \times 3) = \frac{4}{3} a$$

$$\Rightarrow a = 2 \div \frac{4}{3} = 2 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{2},$$

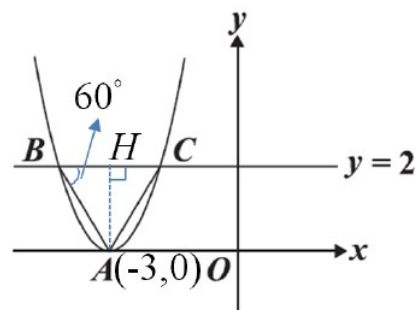
拋物線為 $y = \frac{3}{2}(x+3)^2$ 。

- ⑤ 要求拋物線 $y = \frac{3}{2}(x+3)^2$ 與 y 軸的交點，

$$\text{將 } x = 0 \text{ 代入 } y = \frac{3}{2}(x+3)^2 \text{ 得 } y = \frac{3}{2} \times (0+3)^2 = \frac{3}{2} \times 9 = \frac{27}{2},$$

因此此拋物線與 y 軸的交點坐標為 $(0, \frac{27}{2})$ 。

故選(B)



第二部分：非選擇題（1~2題）

1. 市面上販售的防曬產品標有防曬係數 SPF ，而其對抗紫外線的防護率算法為

$$\text{防護率} = \frac{SPF - 1}{SPF} \times 100\% , \text{其中 } SPF \geq 1。$$

請回答下列問題：

- (1) 廠商宣稱開發出防護率 90% 的產品，請問該產品的 SPF

應標示為多少？

- (2) 某防曬產品文宣內容如圖所示。請根據 SPF 與防護率的

轉換公式，判斷此文宣內容是否合理，並詳細解釋或

完整寫出你的理由。



【詳解】

- (1) 設防護率 90% 的產品 SPF 標示為 x ，

根據防護率 $= \frac{SPF - 1}{SPF} \times 100\%$ ，可列出 $\frac{x - 1}{x} \times 100\% = 90\%$

⇒ $\frac{x - 1}{x} \times 100 = 90$ ，左右同乘 x 得 $(x - 1) \times 100 = 90x$

⇒ $100x - 100 = 90x$ ⇒ $10x = 100$ ⇒ $x = 10$ ，

因此此產品的 SPF 應標示為 10。

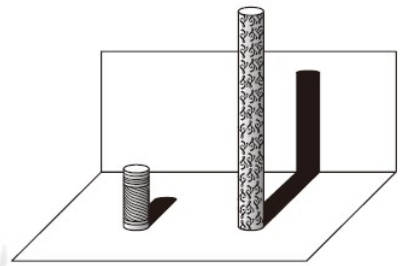
- (2) 第一代防曬係數 25 的防護率是 $\frac{25 - 1}{25} \times 100\% = \frac{24}{25} \times 100\% = 96\%$ ，

第二代防曬係數 50 的防護率是 $\frac{50 - 1}{50} \times 100\% = \frac{49}{50} \times 100\% = 98\%$ ，

第二代防護率比第一代多了 $\frac{98\% - 96\%}{96\%} = \frac{2\%}{96\%} = \frac{1}{48}$ 倍，

並不是多一倍，此文宣內容不合理。

2. 在公園有兩座垂直於水平地面且高度不一的圓柱，兩座圓柱後面有一堵與地面互相垂直的牆，且圓柱與牆的距離皆為 120 公分。敏敏觀察到高度 90 公分矮圓柱的影子落在地面上，其影長為 60 公分；而高圓柱的部分影子落在牆上，如圖所示。已知落在地面上的影子皆與牆面互相垂直，並視太陽光為平行光，在不計圓柱厚度與影子寬度的情況下，請回答下列問題：



- (1) 若敏敏的身高為 150 公分，且此刻她的影子完全落在地面上，則影長為多少公分？
- (2) 若同一時間量得高圓柱落在牆上的影長為 150 公分，則高圓柱的高度為多少公分？

請詳細解釋或完整寫出你的解題過程，並求出答案。

【詳解】

- (1) 設敏敏影長為 x 公分，
已知 90 公分矮圓柱的影子落在地面上，其影長為 60 公分，
且同一時間下，身高與影長的比相等，

$$\text{可列出 } 150 : x = 90 : 60 \Rightarrow 150 : x = 3 : 2 \Rightarrow 3x = 150 \times 2 \Rightarrow x = \frac{300}{3} = 100 ,$$

即敏敏影長為 100 公分。

- (2) 由側面看此圓柱及牆面，如右圖，
 $\overline{AB}$ 為高圓柱， $\overline{BE}$ 為高圓柱與牆面的距離，
 $\overline{DE}$ 為高圓柱在牆上的影長，
延長光線($\overline{AD}$)與地面($\overline{BE}$)的延長線相交於 C 點，
由(1)知敏敏身高 150cm，影長為 100cm，
且同一時間下，身高與影長的比相等，
現在 $\overline{DE} = 150\text{cm}$ ，則 $\overline{CE} = 100\text{cm}$ 。

因為 $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ (皆垂直地面)，

所以根據平行線截比例線段性質可得 $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{CE}$

$$\Rightarrow \overline{AB} : 150 = (120 + 100) : 100$$

$$\Rightarrow \overline{AB} : 150 = 22 : 10$$

$$\Rightarrow 10\overline{AB} = 150 \times 22$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \frac{150 \times 22}{10} = 330 ,$$

即高圓柱的高度為 330 公分。

