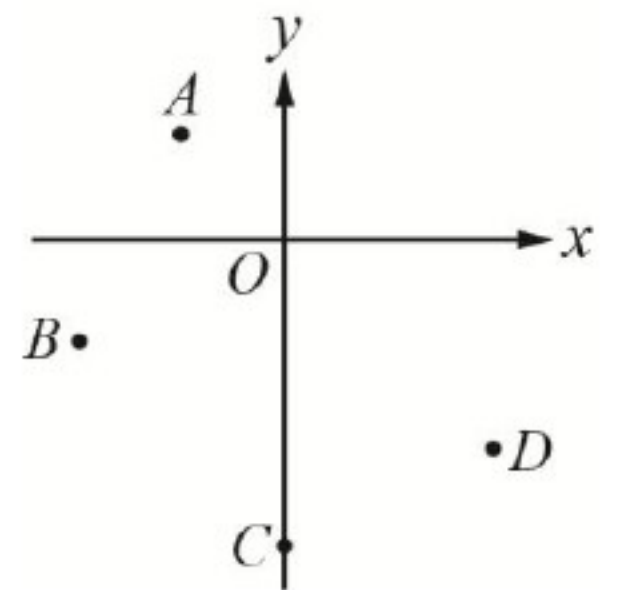


第一部分：選擇題（1~26題）

1. 附圖的坐標平面上有 A 、 B 、 C 、 D 四點。根據附圖中各點位置判斷，哪一個點在第二象限？

- (A) A
(B) B
(C) C
(D) D



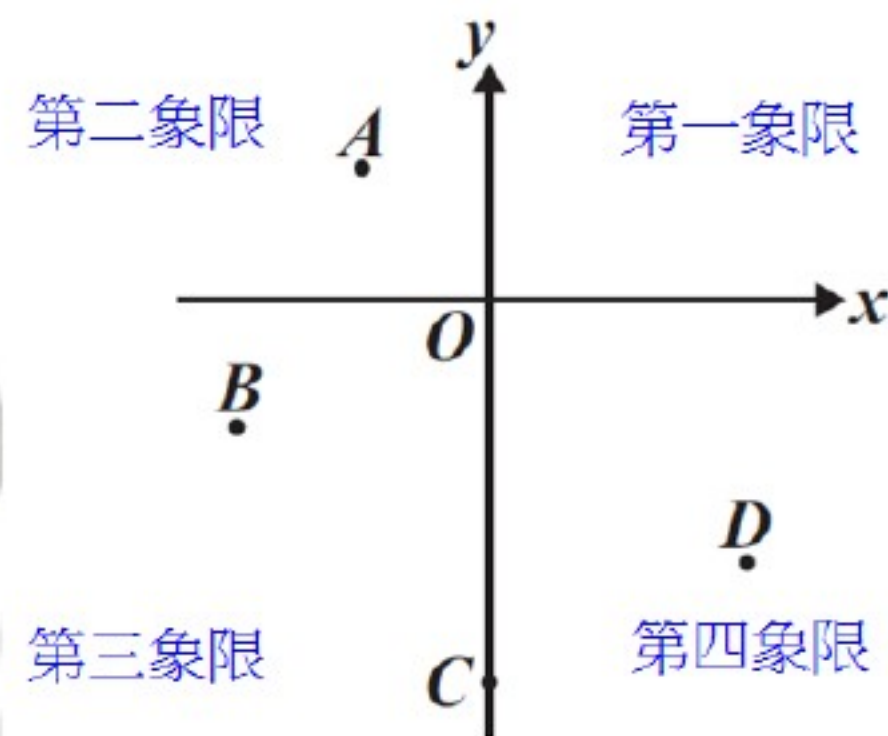
【答案】A

【詳解】

坐標平面四個象限位置如附圖所示

可知 A 點在第二象限

故選(A)



2. 算式 $(-8) + (-2) \times (-3)$ 之值為何？

- (A) -14 (B) -2 (C) 18 (D) 30

【答案】B

【詳解】

$$\begin{aligned} & (-8) + (-2) \times (-3) \\ &= (-8) + 6 \\ &= -2 \end{aligned}$$



優先乘除，後加減

故選(B)

3. 若二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x = 4y \\ 6y - x = 10 \end{cases}$ 的解為 $x = a$ ， $y = b$ ，則 $a + b$ 之值為何？

- (A) -15 (B) -3 (C) 5 (D) 25

【答案】D

【詳解】

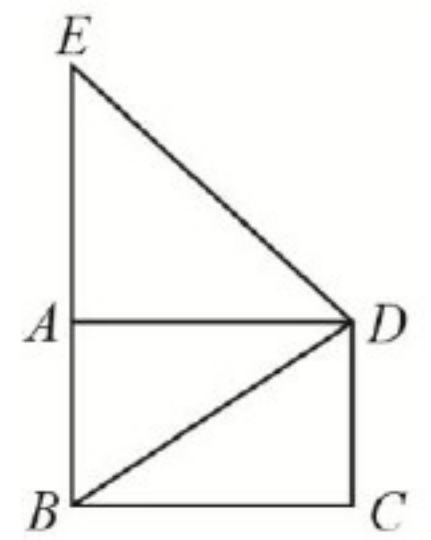
$$\begin{cases} x = 4y \dots\dots ① \\ 6y - x = 10 \dots\dots ② \end{cases}, \text{ 將 } ① \text{ 代入 } ② \text{ 得 } 6y - 4y = 10 \rightarrow 2y = 10 \rightarrow y = 5$$

$y = 5$ 代入 ① 得 $x = 4 \times 5 = 20$ 因此 $x + y = 20 + 5 = 25$

故選(D)

4. 如圖，矩形 $ABCD$ 、 $\triangle BDE$ 中， A 點在 \overline{BE} 上。若矩形 $ABCD$ 的面積為 20， $\triangle BDE$ 的面積為 24，則 $\triangle ADE$ 的面積為何？

- (A) 10 (B) 12
(C) 14 (D) 16



【答案】C

【詳解】

$\triangle ADE$ 的面積

$= \triangle BDE$ 的面積 $- \triangle ABD$ 的面積

$= \triangle BDE$ 的面積 $- \frac{1}{2} \times$ 矩形 $ABCD$ 的面積

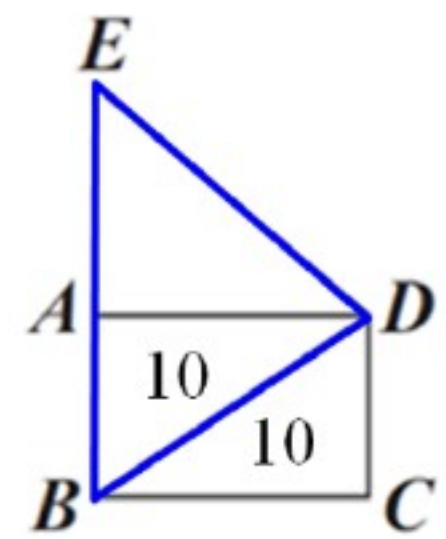
$$= 24 - \frac{1}{2} \times 20$$

$$= 24 - 10$$

$$= 14$$

故選(C)

矩形為平行四邊形，
平行四邊形一條對角線
平分平行四邊形的面積



5. 5^6 是 5^3 的多少倍？

- (A) 2 (B) 3
(C) 25 (D) 125

【答案】D

【詳解】

$$5^6 \div 5^3$$

$$= 5^{6-3}$$

$$= 5^3$$

$$= 5 \times 5 \times 5$$

$$= 125$$

因此 5^6 是 5^3 的 125 倍

故選(D)

指數律： $a^m \div a^n = a^{m-n}$

6. 下列等式何者不成立？

(A) $4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

(B) $4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

(C) $4\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

(D) $4\sqrt{3} \div 2\sqrt{3} = 2$

【答案】C

【詳解】

(A) $4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = (4+2)\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ ，等式成立

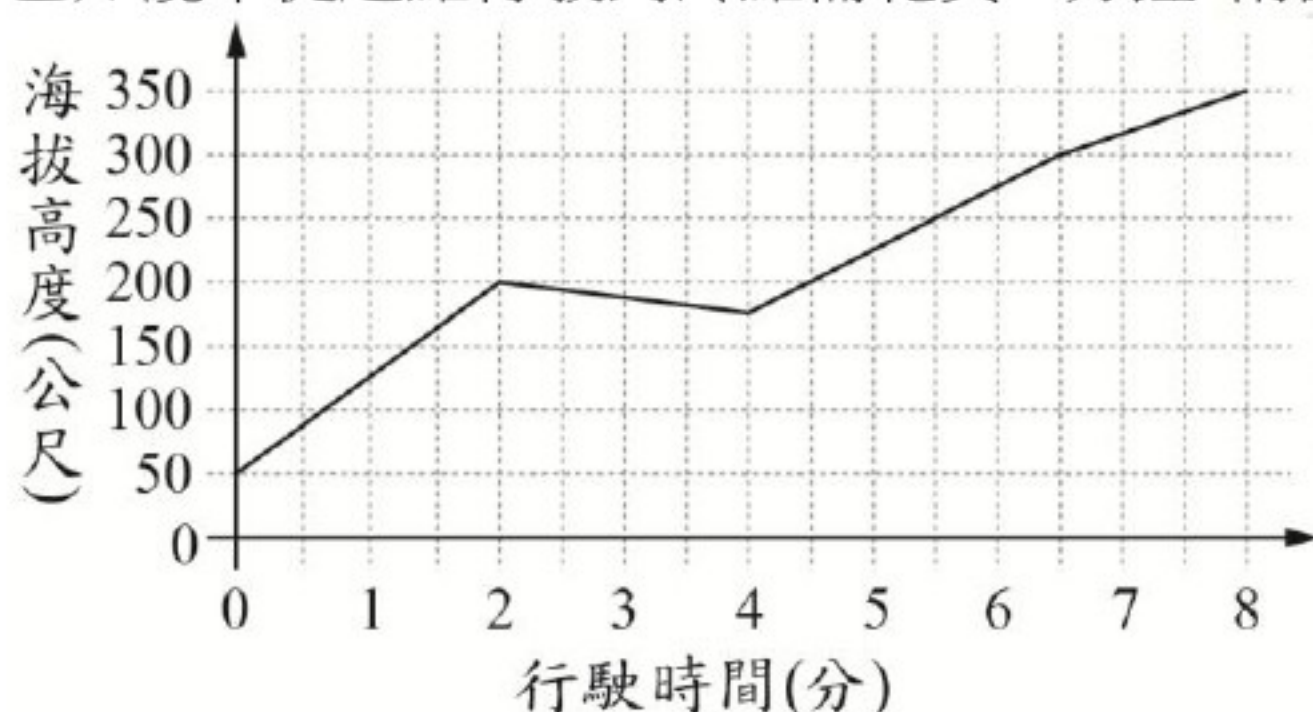
(B) $4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = (4-2)\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ ，等式成立

(C) $4\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 4 \times \sqrt{3} \times 2 \times \sqrt{3}$
 $= 4 \times 2 \times (\sqrt{3})^2$
 $= 4 \times 2 \times 3$
 $= 24$ ，等式不成立

(D) $4\sqrt{3} \div 2\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{4^1 \times \sqrt{3}^1}{2^1 \times \sqrt{3}^1} = 2$ ，等式成立

故選(C)

7. 已知纜車從起點行駛到終點需花費 8 分鐘，附圖表示行駛過程中纜車的海拔高度與行駛時間的關係。



根據附圖判斷，下列敘述何者正確？

(A) 終點的海拔高度比起點高 300 公尺，行駛時間的前 4 分鐘都在上升

(B) 終點的海拔高度比起點高 300 公尺，行駛時間的末 4 分鐘都在上升

(C) 終點的海拔高度比起點高 350 公尺，行駛時間的前 4 分鐘都在上升

(D) 終點的海拔高度比起點高 350 公尺，行駛時間的末 4 分鐘都在上升

【答案】B

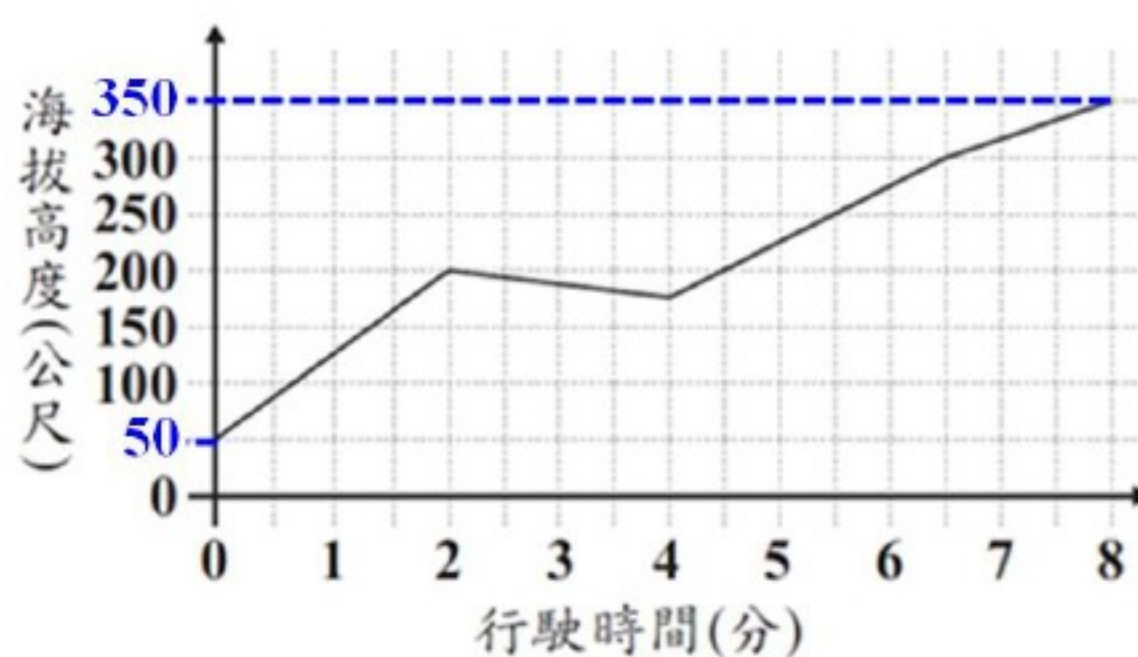
【詳解】

由圖可以知道起點的海拔高度為 50 公尺

終點的海拔高度為 350 公尺

因此終點的海拔高度比起點高 $350 - 50 = 300$ 公尺

(C)(D)錯誤

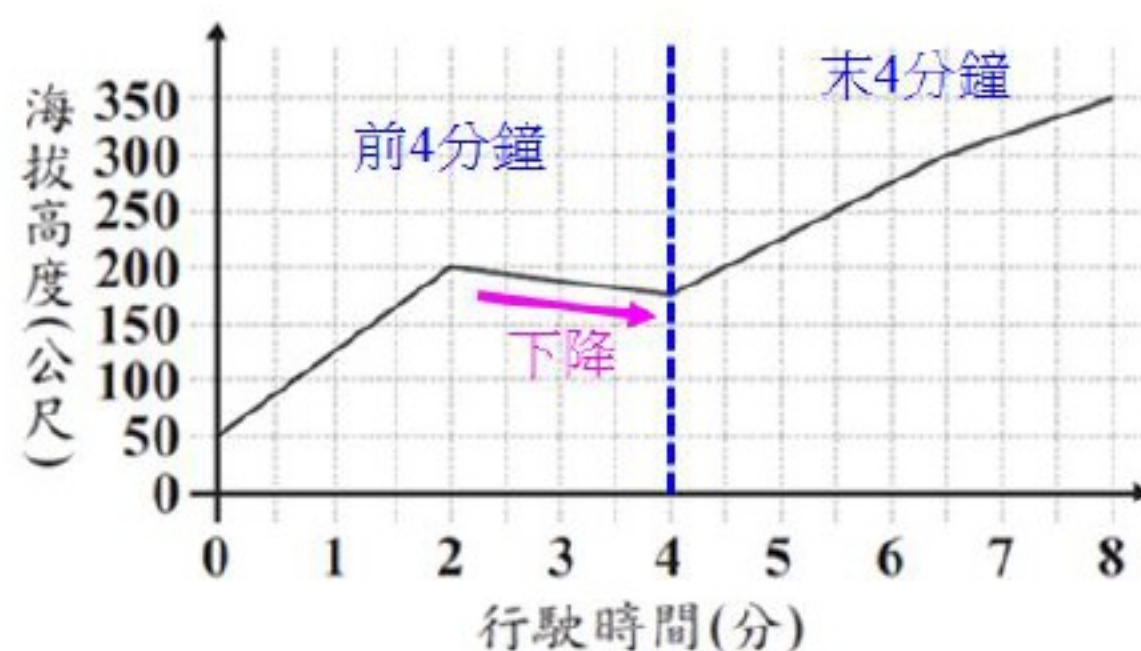


觀察圖形，0~2 分鐘在上升，2~4 分鐘在下降，4~8 分鐘在上升

因此前 4 分鐘，沒有都在上升，(A)錯誤

末 4 分鐘，都在上升，(B)正確

故選(B)



8. 利用乘法公式判斷，下列等式何者成立？

(A) $248^2 + 248 \times 52 + 52^2 = 300^2$

(B) $248^2 - 248 \times 48 - 48^2 = 200^2$

(C) $248^2 + 2 \times 248 \times 52 + 52^2 = 300^2$

(D) $248^2 - 2 \times 248 \times 48 - 48^2 = 200^2$

【答案】C

【詳解】

①觀察到(A)(C)式子中的數字有 $300 = 248 + 52$ 的關係

故將 300^2 寫成 $(248 + 52)^2$ ，再利用和的平方公式拆開

得 $300^2 = (248 + 52)^2 = 248^2 + 2 \times 248 \times 52 + 52^2$ ，因此選項(A)等式不成立，**選項(C)等式成立**

②觀察到(B)(D)式子中的數字有 $200 = 248 - 48$ 的關係

故將 200^2 寫成 $(248 - 48)^2$ ，再利用差的平方公式拆開

得 $200^2 = (248 - 48)^2 = 248^2 - 2 \times 248 \times 48 + 48^2$ ，因此選項(B)(D)等式不成立

故選(C)

9. 附圖為甲城市 6 月到 9 月外國旅客人數的折線圖。根據附圖

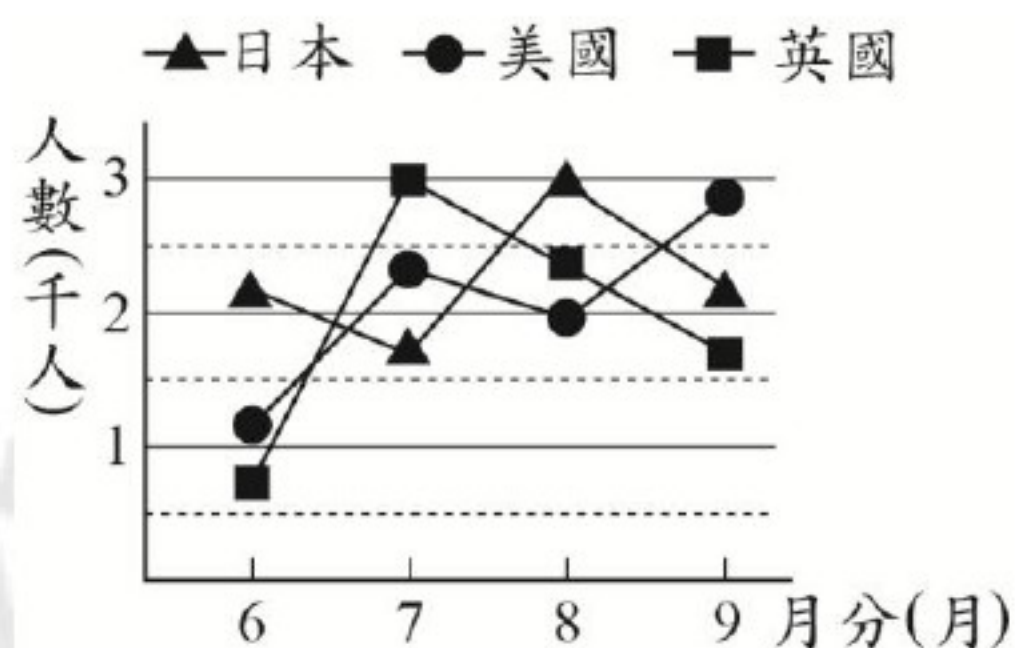
判斷，哪一個月到甲城市的外國旅客中，旅客人數最少的國家是美國？

(A) 6

(B) 7

(C) 8

(D) 9



【答案】C

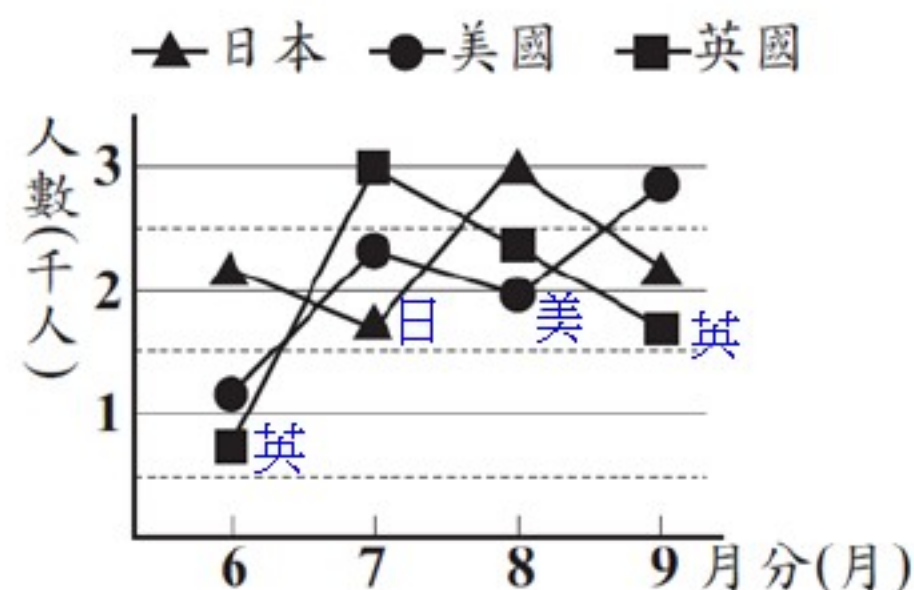
【詳解】

觀察折線圖中各月的最低點是哪一個國家，即為人數最少的國家

6 月旅客人數最少的國家是英國，7 月旅客人數最少的國家是日本

8 月旅客人數最少的國家是美國，9 月旅客人數最少的國家是英國

故選(C)



10. 將一半徑為 6 的圓形紙片，沿著兩條半徑剪開形成兩個扇形。若其中一個扇形的弧長為 5π ，則另一個扇形的圓心角度數是多少？

- (A) 30 (B) 60 (C) 105 (D) 210

【答案】D

【詳解】

依題意繪圖如右

$$\text{扇形弧長} = \text{直徑} \times \pi \times \frac{\text{圓心角}}{360^\circ}$$

將半徑 = 6，弧長 = 5π 代入上式，

$$\text{可得 } 5\pi = 6 \times 2 \times \pi \times \frac{\text{圓心角}}{360^\circ}$$

$$\rightarrow 5 = 12 \times \frac{\text{圓心角}}{360^\circ}$$

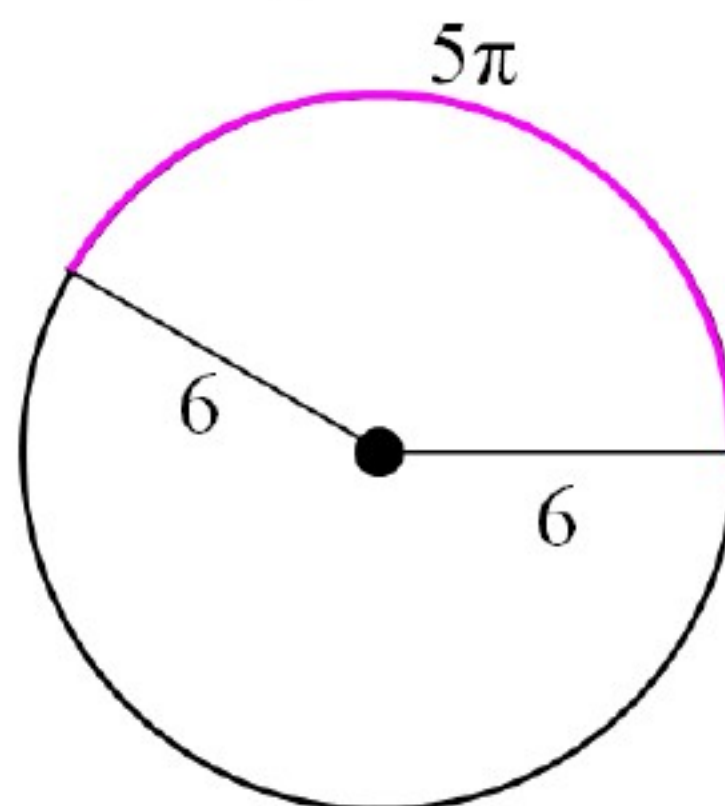
$$\rightarrow \frac{\text{圓心角}}{360^\circ} = \frac{5}{12}$$

$$\rightarrow \text{圓心角} = 360^\circ \times \frac{5}{12} = 150^\circ$$

弧長 5π 的扇形圓心角為 150°

則另一個扇形的圓心角 = $360^\circ - 150^\circ = 210^\circ$

故選(D)



11. 動物園準備了 100 張刮刮樂，打算送給開幕當日的前 100 位遊客每人一張，其中可刮中獎品的刮刮樂共有 32 張，附表為獎品的種類及數量。若小柏為開幕當日的第一位遊客，且每張刮刮樂被小柏拿到的機會相等，則小柏刮中玩偶的機率為何？

獎品	數量
北極熊玩偶一個	1
獅子玩偶一個	1
造型馬克杯一個	10
紀念鑰匙圈一個	20

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{16}$ (C) $\frac{8}{25}$ (D) $\frac{1}{50}$

【答案】D

【詳解】

小柏是第一位遊客，所以小柏會拿到 100 張刮刮樂中的一張

每張刮刮樂被小柏拿到的機會相等

因為獎品中有 2 個玩偶(北極熊及獅子)

$$\text{所以刮中玩偶的機率為 } \frac{2}{100} = \frac{1}{50}$$

故選(D)

獎品	數量
北極熊玩偶一個	1
獅子玩偶一個	1
造型馬克杯一個	10
紀念鑰匙圈一個	20

12. 美美和小儀到超市購物，且超市正在舉辦摸彩活動，單次消費金額每滿 100 元可以拿到 1 張摸彩券。已知美美一次購買 5 盒餅乾拿到 3 張摸彩券；小儀一次購買 5 盒餅乾與 1 個蛋糕拿到 4 張摸彩券。若每盒餅乾的售價為 x 元，每個蛋糕的售價為 150 元，則 x 的範圍為下列何者？
- (A) $50 \leq x < 60$ (B) $60 \leq x < 70$
 (C) $70 \leq x < 80$ (D) $80 \leq x < 90$

【答案】B

【詳解】

- ① 美美一次購買 5 盒餅乾拿到 3 張摸彩券

因為單次消費金額每滿 100 元可以拿到 1 張摸彩券。

所以美美消費金額大於等於 300 元，且小於 400 元

又 5 盒餅乾售價為 $5x$ 元，所以可列出 $300 \leq 5x < 400 \rightarrow 60 \leq x < 80$

- ② 小儀一次購買 5 盒餅乾與 1 個蛋糕拿到 4 張摸彩券

同理可得小儀消費金額大於等於 400 元，且小於 500 元

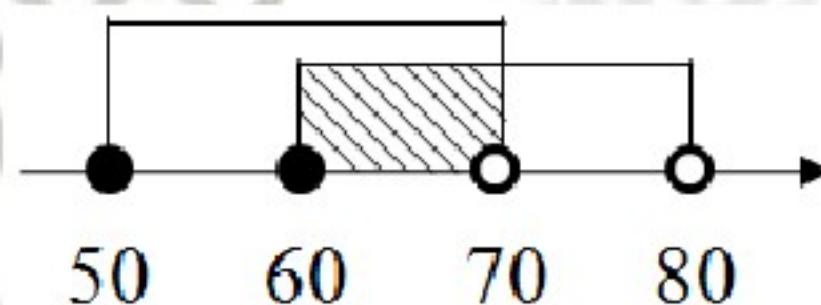
又 5 盒餅乾與 1 個蛋糕售價為 $(5x + 150)$ 元

所以可列出 $400 \leq 5x + 150 < 500 \rightarrow 250 \leq 5x < 350 \rightarrow 50 \leq x < 70$

- ③ 因為 $60 \leq x < 80$ ， $50 \leq x < 70$

所以 $60 \leq x < 70$

故選(B)



13. 已知 a_1, a_2, \dots, a_{40} 為一等差數列，其中 a_1 為正數，且 $a_{20} + a_{22} = 0$ 。判斷下列敘述何者正確？
- (A) $a_{21} + a_{22} > 0$ (B) $a_{21} + a_{22} < 0$ (C) $a_{21} \times a_{22} > 0$ (D) $a_{21} \times a_{22} < 0$

【答案】B

【詳解】

- ① 已知 $a_{20} + a_{22} = 0$ ，根據等差中項的定義，可知 $a_{21} = \frac{a_{20} + a_{22}}{2} = \frac{0}{2} = 0$

則 $a_{21} \times a_{22} = 0$ (0 乘以任何數等於 0)，(C)(D) 錯誤

- ② 因為 $a_{21} = 0$ ，所以只要知道 a_{22} 的正負，就能知道 $a_{21} + a_{22}$ 的正負

因為 a_1 為正數， $a_{21} = 0$ ，所以等差數列由大到小排列

因此 a_{22} 為負數 $\rightarrow a_{21} + a_{22} = 0 + \text{負數} < 0$ ，(A) 錯誤，(B) 正確

故選(B)

14. 已知 $a = -\frac{5}{223}$ ， $b = \frac{6}{263}$ ， $c = -\frac{7}{293}$ ，判斷下列各式之值何者最大？

- (A) $|a+b+c|$ (B) $|a+b-c|$ (C) $|a-b+c|$ (D) $|a-b-c|$

【答案】C

【詳解】

各選項為三個異分母分數的加減，因為通分後分母會很大，很難計算，所以不考慮通分

注意到四個選項中皆有 a ，而 a 為負數

若要让絕對值後的值最大，則就讓絕對值前的值為最小的負數

(例如 $-4 < -3 < -2 < -1$ ，則 $|-4| > |-3| > |-2| > |-1|$)。002E

因為 b 為正數，所以 $-b$ 會比 $+b$ 小

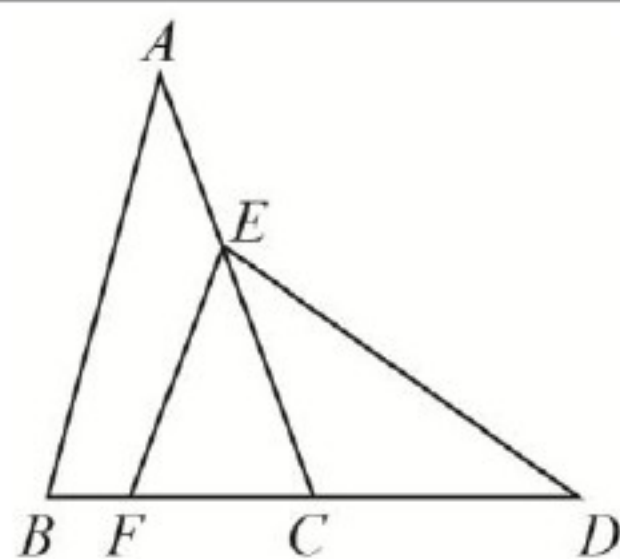
因為 c 為負數，所以 $+c$ 會比 $-c$ 小

因此 $a-b+c$ 會比 $a+b+c$ 、 $a+b-c$ 、 $a-b-c$ 還要小 $\rightarrow |a-b+c|$ 最大

故選(C)

15. 已知 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 全等， A 、 B 、 C 的對應點分別為 D 、 E 、 F ，且 E 點在 \overline{AC} 上， B 、 F 、 C 、 D 四點共線，如圖所示。若 $\angle A = 40^\circ$ ， $\angle CED = 35^\circ$ ，則下列敘述何者正確？

- (A) $\overline{EF} = \overline{EC}$ ， $\overline{AE} = \overline{FC}$ (B) $\overline{EF} = \overline{EC}$ ， $\overline{AE} \neq \overline{FC}$
 (C) $\overline{EF} \neq \overline{EC}$ ， $\overline{AE} = \overline{FC}$ (D) $\overline{EF} \neq \overline{EC}$ ， $\overline{AE} \neq \overline{FC}$



【答案】B

【詳解】

① 已知 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 全等， A 的對應點為 D ，則 $\angle D = \angle A = 40^\circ$

由外角定理可得 $\angle ACB = \angle CED + \angle D = 35^\circ + 40^\circ = 75^\circ$

又 C 的對應點為 F ，所以 $\angle DFE = \angle ACB = 75^\circ$

$\rightarrow \overline{EF} = \overline{EC}$

② \overline{AE} 、 \overline{FC} 分別在 \overline{AC} 、 \overline{DF} 上

而 \overline{AC} 、 \overline{DF} 為全等三角形的對應邊， $\overline{AC} = \overline{DF} \rightarrow \overline{AE} + \overline{EC} = \overline{FC} + \overline{CD}$

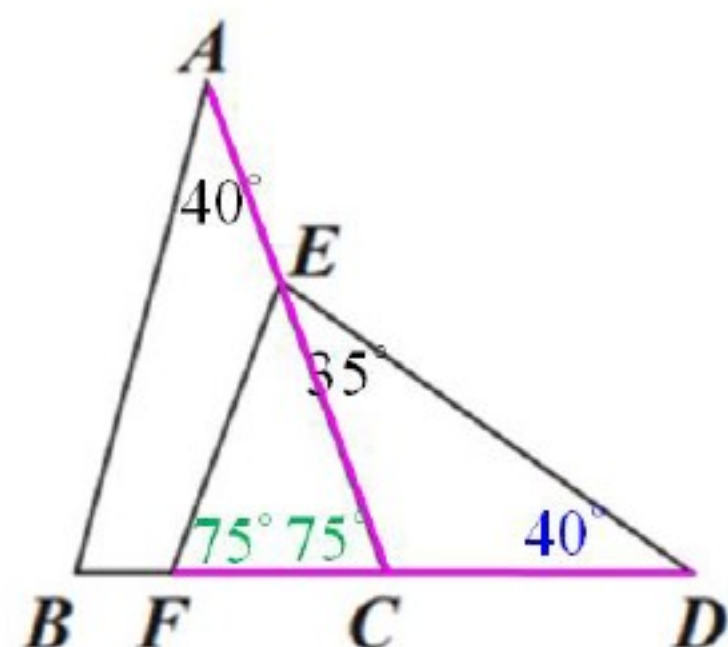
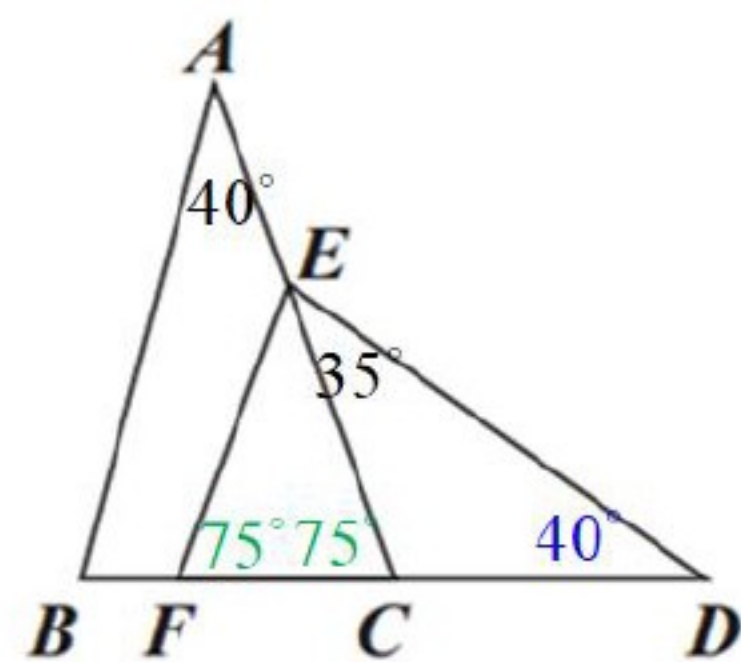
故要判斷 \overline{AE} 、 \overline{FC} 是否相等，就只要判斷 \overline{EC} 、 \overline{CD} 是否相等

在 $\triangle CDE$ 中， \overline{EC} 對的角為 $\angle D = 40^\circ$ ， \overline{CD} 對的角為 $\angle CED = 35^\circ$

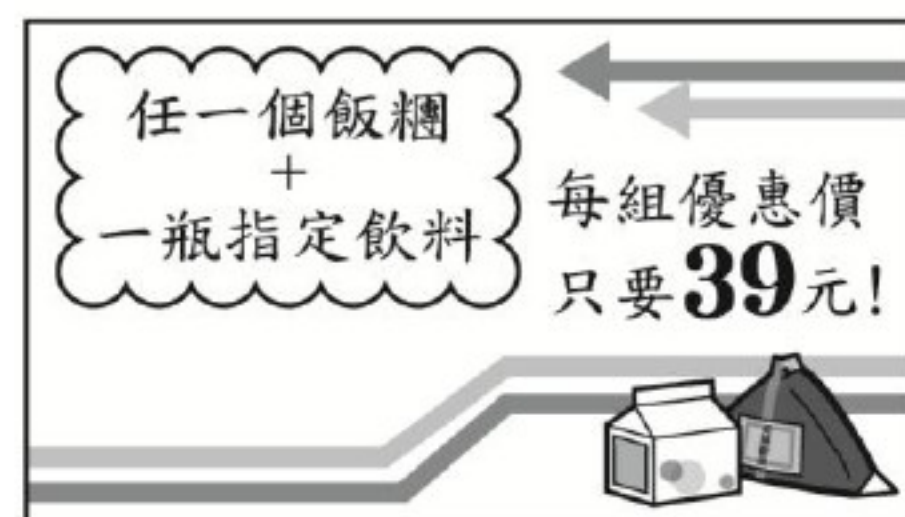
因為 $\angle D \neq \angle CED$ ，所以 $\overline{EC} \neq \overline{CD}$

$\rightarrow \overline{AE} \neq \overline{FC}$

故選(B)



16. 附圖為某超商促銷活動的內容，今阿賢到該超商拿相差 4 元的 2 種飯糰各 1 個結帳時，店員說：「要不要多買 2 瓶指定飲料？搭配促銷活動後 2 組優惠價的金額，只比你買 2 個飯糰的金額多 30 元。」若阿賢只多買 1 瓶指定飲料，且店員會以對消費者最便宜的方式結帳，則與原本只買 2 個飯糰相比，他要多付多少元？



- (A) 12 (B) 13 (C) 15 (D) 16

【答案】B

【詳解】

① 阿賢拿了相差 4 元的 2 種飯糰

設其中一個飯糰 x 元，另一個飯糰 $(x-4)$ 元

根據店員說法，搭配促銷活動後 2 組優惠價的金額比買 2 個飯糰的金額多 30 元

可列出 $39 \times 2 = x + (x-4) + 30 \rightarrow 78 = 2x + 26 \rightarrow 2x = 78 - 26 \rightarrow 2x = 52 \rightarrow x = 26$

則其中一個飯糰 26 元，另一個飯糰 $26 - 4 = 22$ 元

② 若阿賢只多買 1 瓶指定飲料

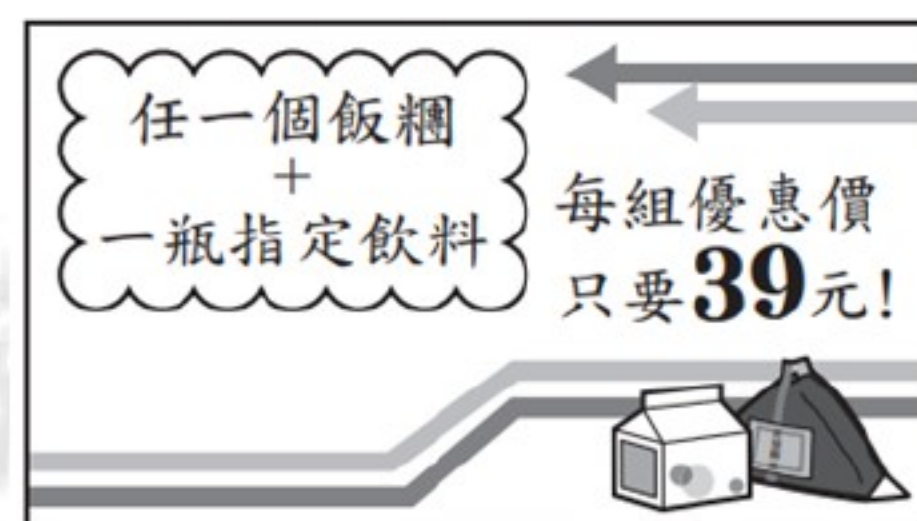
因為店員會以對消費者最便宜的方式結帳

所以會以比較貴的 26 元飯糰 + 飲料 = 優惠價 39 元的方式結帳

則阿賢要付 39 元 + 比較便宜的 22 元飯糰 = 61 元

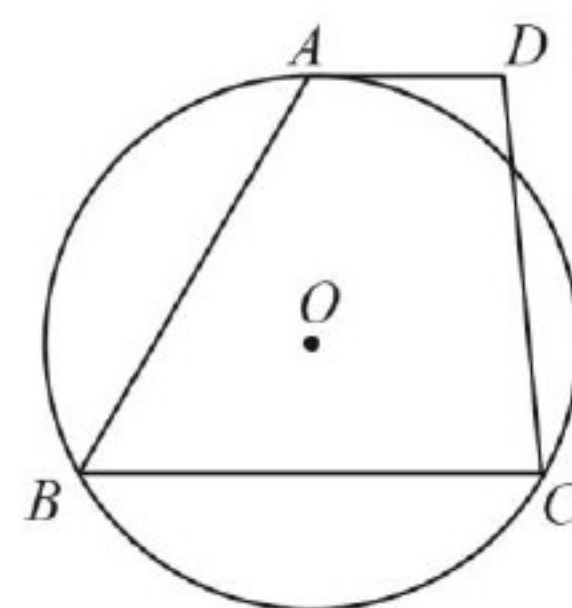
比買 2 個飯糰的金額要多付 $61 - (26 + 22) = 61 - 48 = 13$ (元)

故選(B)



17. 如圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，有一圓 O 通過 A 、 B 、 C 三點，且 \overline{AD} 與圓 O 相切於 A 點。若 $\angle B = 58^\circ$ ，則 \widehat{BC} 的度數為何？

- (A) 116
(B) 120
(C) 122
(D) 128



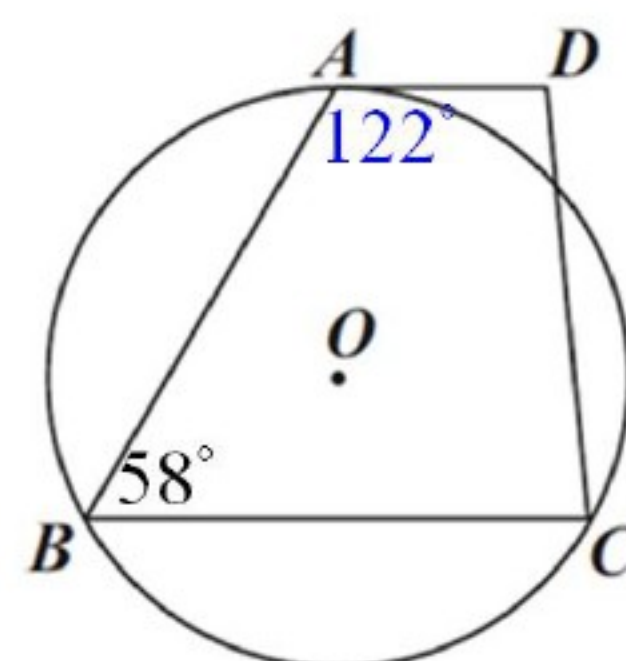
【答案】D

【詳解】

① 題目已知 \overline{AD} 與圓 O 相切於 A 點，則 $\angle BAD$ 為弦切角

因為 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

所以 $\angle BAD = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$ (同側內角互補)



根據弦切角的度數等於所夾弧度數的一半，

$$\text{可得 } \angle BAD = \frac{1}{2} \widehat{BCA} \rightarrow 122^\circ = \frac{1}{2} \widehat{BCA}$$

$$\rightarrow \widehat{BCA} = 122^\circ \times 2 = 244^\circ$$

接下來減去 \widehat{AC} 的度數，即為 \widehat{BC} 的度數

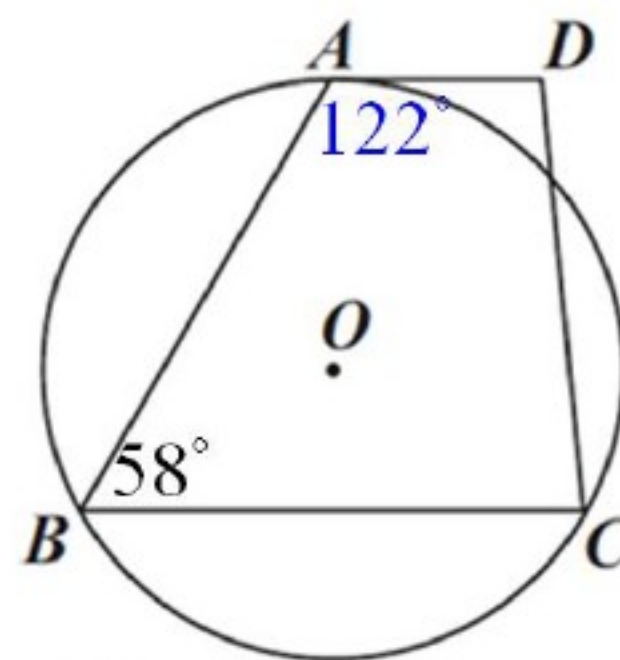
$$\textcircled{2} \text{ 已知圓周角 } \angle B = 58^\circ, \text{ 則 } \angle B = \frac{1}{2} \widehat{AC} = 58^\circ$$

(圓周角的度數等於所對弧度數的一半)

$$\rightarrow \widehat{AC} = 58^\circ \times 2 = 116^\circ$$

$$\widehat{BC} = \widehat{BCA} - \widehat{AC} = 244^\circ - 116^\circ = 128^\circ$$

故選(D)



18. 若坐標平面上二次函數 $y = a(x+b)^2 + c$ 的圖形，經過平移後可與 $y = (x+3)^2$ 的圖形完全疊合，則 a 、 b 、 c 的值可能為下列哪一組？

(A) $a=1, b=0, c=-2$

(B) $a=2, b=6, c=0$

(C) $a=-1, b=-3, c=0$

(D) $a=-2, b=3, c=-2$

【答案】A

【詳解】

二次函數 $y = a(x+b)^2 + c$ 的圖形，經過平移後可與 $y = (x+3)^2$ 的圖形完全疊合

則圖形的開口方向相同，開口大小也相同 $\rightarrow a=1$

四個選項中只有(A)有 $a=1$

且無論 b 、 c 的值是多少，都不影響平移後會不會完全疊合

因此 b 可能是 0， c 可能是 -2

故選(A)

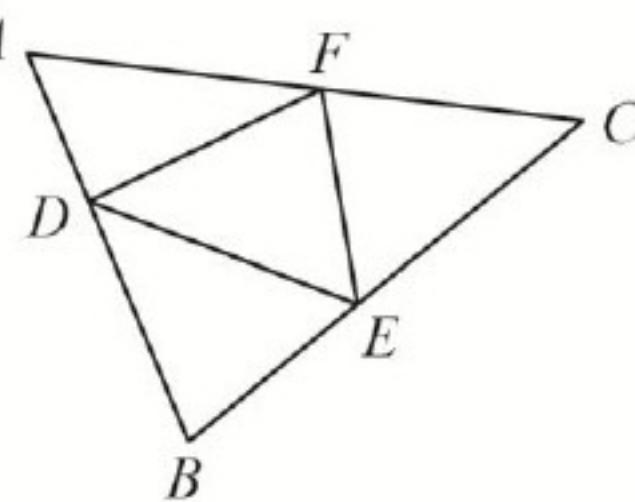
19. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 、 F 三點分別在 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 上，且四邊形 $BEFD$ 是以 \overline{DE} 為對稱軸的線對稱圖形，四邊形 $CFDE$ 是以 \overline{FE} 為對稱軸的線對稱圖形。若 $\angle C = 40^\circ$ ，則 $\angle DFE$ 的度數為何？

(A) 65

(B) 70

(C) 75

(D) 80



【答案】D

【詳解】

因為四邊形 $CFDE$ 是以 \overline{FE} 為對稱軸的線對稱圖形

所以 $\angle FDE = \angle C = 40^\circ$ (對稱角相等)

只要再求出 $\angle 1$

就能利用三角形內角和為 180 度求出 $\angle DFE$ 的度數

因為四邊形 $BEFD$ 是以 \overline{DE} 為對稱軸的線對稱圖形

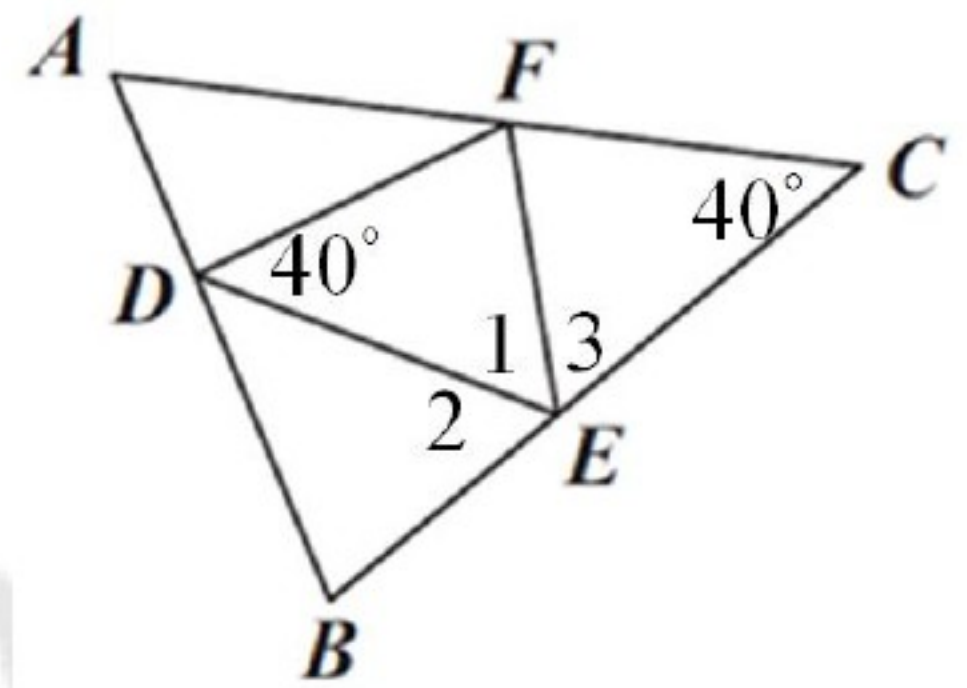
所以 $\angle 1 = \angle 2$ (對稱角相等)

又 $\angle 1 = \angle 3$ (四邊形 $CFDE$ 為線對稱圖形)

所以 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 \rightarrow \angle 1 = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$

因此 $\angle DFE = 180^\circ - \angle FDE - \angle 1 = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ$

故選(D)



20. 已知捷立租車行有甲、乙兩個營業據點，顧客租車後當日須於營業結束前在任意一個據點還車。某日營業結束清點車輛時，發現在甲歸還的自行車比從甲出租的多 4 輛。若當日從甲出租且在甲歸還的自行車為 15 輛，從乙出租且在乙歸還的自行車為 13 輛，則關於當日從甲、乙出租的自行車數量，下列比較何者正確？
- (A) 從甲出租的比從乙出租的多 2 輛 (B) 從甲出租的比從乙出租的少 2 輛
(C) 從甲出租的比從乙出租的多 6 輛 (D) 從甲出租的比從乙出租的少 6 輛

【答案】B

【詳解】

已知從甲出租且在甲歸還的自行車為 15 輛，從乙出租且在乙歸還的自行車為 13 輛

設甲出租在乙歸還有 x 輛，乙出租在甲歸還有 y 輛

可繪製表格如附表

因為在甲歸還的自行車比從甲出租的多 4 輛

所以 $15 + y = (15 + x) + 4 \rightarrow y = x + 4$

當日從甲出租的自行車數量 = $15 + x$

當日從乙出租的自行車數量 = $y + 13$

$$= (x + 4) + 13$$

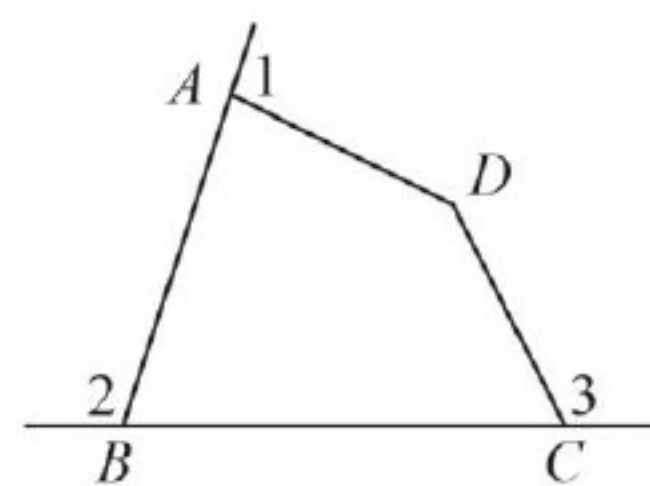
$$= x + 17$$

$(15 + x) - (x + 17) = 15 + x - x - 17 = -2$ ，因此從甲出租的比從乙出租的少 2 輛

故選(B)

	甲租	乙租	合計
甲還	15	y	$15 + y$
乙還	x	13	$x + 13$
合計	$15 + x$	$y + 13$	

21. 如圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 分別為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的外角。



判斷下列大小關係何者正確？

- (A) $\angle 1 + \angle 3 = \angle ABC + \angle D$
- (B) $\angle 1 + \angle 3 < \angle ABC + \angle D$
- (C) $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$
- (D) $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 > 360^\circ$

【答案】A

【詳解】

① 已知 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 分別為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的外角

設 $\angle 4$ 為 $\angle D$ 的外角

則 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ$ (四邊形外角和為 360° 度)

→ $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 < 360^\circ$ ，(C)(D) 錯誤

② 由 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ$ ，得 $\angle 1 + \angle 3 = 360^\circ - \angle 2 - \angle 4$

注意到 $\angle 2$ 是 $\angle ABC$ 的外角， $\angle 4$ 是 $\angle D$ 的外角

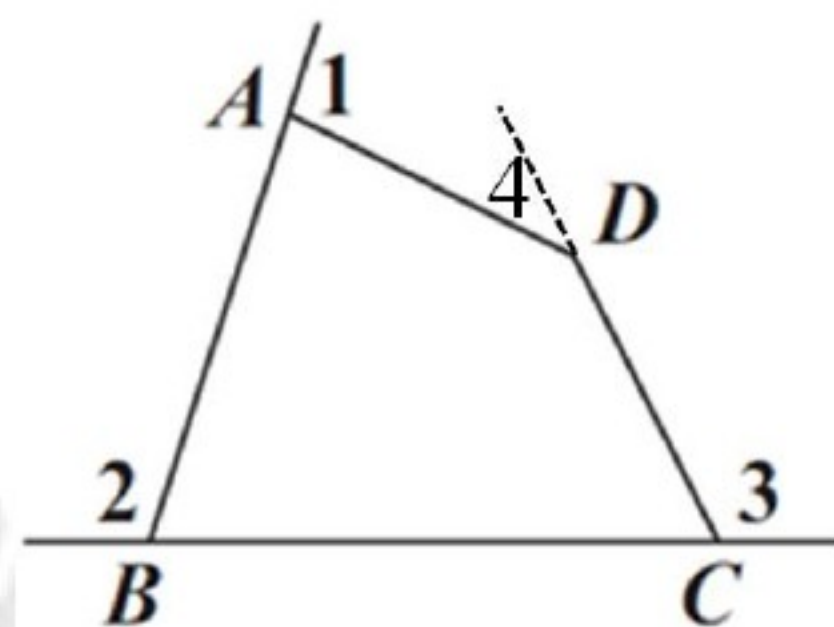
$$\angle 1 + \angle 3 = 360^\circ - \angle 2 - \angle 4$$

$$= (180^\circ - \angle 2) + (180^\circ - \angle 4)$$

$$= \angle ABC + \angle D$$

(A) 正確，(B) 錯誤

故選(A)



22. 若 a 、 b 為正整數，且 $a \times b = 2^5 \times 3^2 \times 5$ ，則下列何者不可能為 a 、 b 的最大公因數？

- (A) 1
- (B) 6
- (C) 8
- (D) 12

【答案】C

【詳解】

(A) 如果 a 、 b 的最大公因數為 1，代表兩數沒有共同的質因數

可以令 $a = 2^5$ ， $b = 3^2 \times 5$ ，即可滿足乘積為 $2^5 \times 3^2 \times 5$ ，最大公因數為 1

→ a 、 b 的最大公因數可能為 1

(B) 如果 a 、 b 的最大公因數為 6， $6 = 2 \times 3$ ，

根據兩數的最大公因數等於共同質因數中次方最小者的乘積

可以令 $a = 2 \times 3$ ， $b = 2^4 \times 3 \times 5$ ，即可滿足乘積為 $2^5 \times 3^2 \times 5$ ，最大公因數為 6

→ a 、 b 的最大公因數可能為 6

(C)如果 a 、 b 的最大公因數為 8， $8=2^3$ ，

根據兩數的最大公因數等於共同質因數中次方最小者的乘積

可知 a 、 b 兩數至少都有 $2^3 \rightarrow a$ 、 b 乘積中至少要有 $2^3 \times 2^3 = 2^6$

但 a 、 b 乘積中只有 2^5 ，因此 a 、 b 的最大公因數不可能是 8

(D)如果 a 、 b 的最大公因數為 12， $12=2^2 \times 3$ ，

根據兩數的最大公因數等於共同質因數中次方最小者的乘積

可以令 $a=2^2 \times 3$ ， $b=2^3 \times 3 \times 5$ ，即可滿足乘積為 $2^5 \times 3^2 \times 5$ ，最大公因數為 12

$\rightarrow a$ 、 b 的最大公因數可能為 12

故選(C)

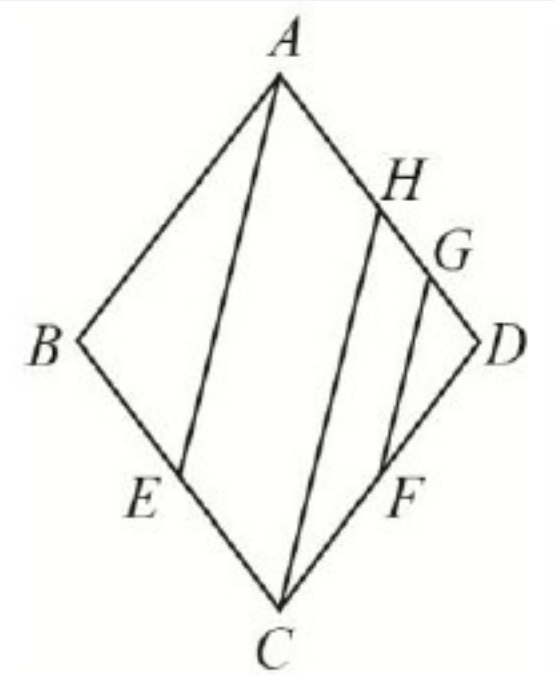
23. 如圖，菱形 $ABCD$ 中， E 點在 \overline{BC} 上， F 點在 \overline{CD} 上， G 點、 H 點在 \overline{AD} 上，且 $\overline{AE} \parallel \overline{HC} \parallel \overline{GF}$ 。若 $\overline{AH} = 8$ ， $\overline{HG} = 5$ ， $\overline{GD} = 4$ ，則下列選項中的線段，何者的長度最長？

(A) \overline{CF}

(B) \overline{FD}

(C) \overline{BE}

(D) \overline{EC}



【答案】A

【詳解】

① 因為菱形 $ABCD$ 有兩組對邊平行

所以 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

又 $\overline{AE} \parallel \overline{HC}$ ，所以四邊形 $AECH$ 為平行四邊形

$\rightarrow \overline{EC} = \overline{AH} = 8$ (對邊相等)

因為菱形四邊等長

所以 $\overline{BC} = \overline{AD} = \overline{AH} + \overline{HG} + \overline{GD} = 8 + 5 + 4 = 17$

因此 $\overline{BE} = \overline{BC} - \overline{EC} = 17 - 8 = 9 \rightarrow \overline{BE} > \overline{EC}$

② 在 $\triangle CDH$ 中，

因為 $\overline{HC} \parallel \overline{GF}$ ，所以 $\overline{CF} : \overline{FD} = \overline{HG} : \overline{GD} = 5 : 4$

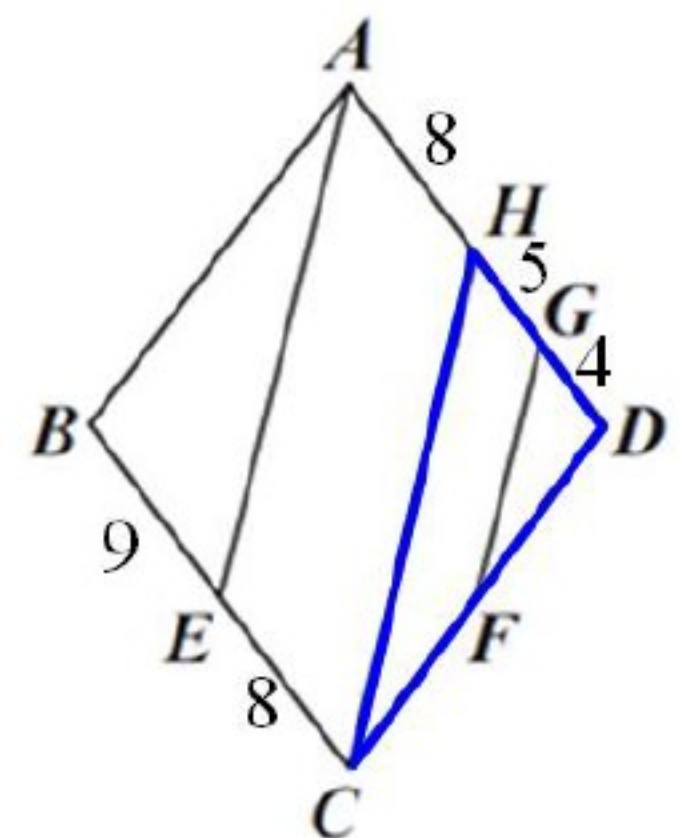
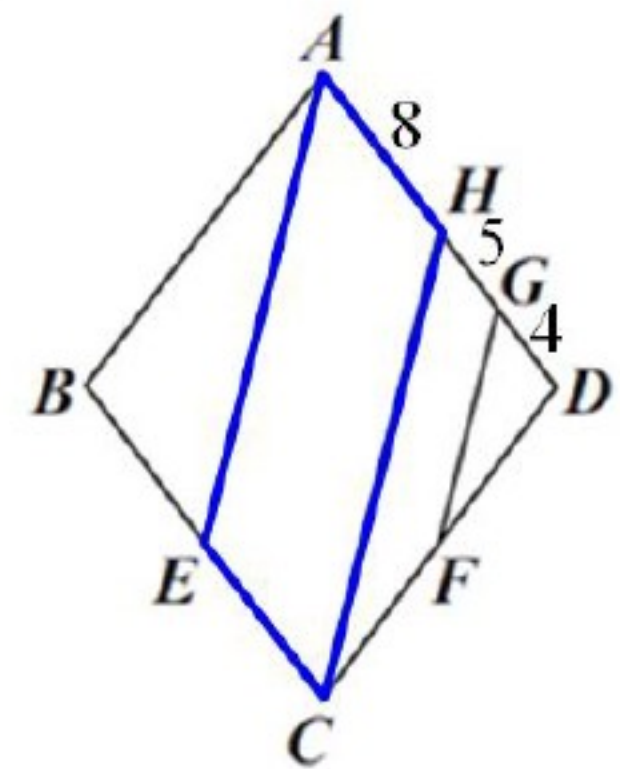
(平行線截比例線段性質) $\rightarrow \overline{CF} > \overline{FD}$ ，

接下來求出 \overline{CF} 的長度，再與 $\overline{BE} = 9$ 比較即可

$$\overline{CF} = \frac{5}{5+4} \times \overline{CD} = \frac{5}{9} \times 17 = \frac{85}{9} > 9$$

因此四個選項中， \overline{CF} 最長

故選(A)



24. 小文原本計畫使用甲、乙兩臺影印機於 10:00 開始一起印製文件並持續到下午，但 10:00 時有人正在使用乙，於是他先使用甲印製，於 10:05 才開始使用乙一起印製，且到 10:15 時乙印製的總張數與甲相同，到 10:45 時甲、乙印製的總張數合計為 2100 張。若甲、乙的印製張數與印製時間皆成正比，則依照小文原本的計畫，甲、乙印製的總張數會在哪個時間達到 2100 張？
- (A) 10:40 (B) 10:41 (C) 10:42 (D) 10:43

【答案】C

【詳解】

由題目可知

甲 10:00~10:15 印製的張數等於乙 10:05~10:15 印製的張數

則甲 15 分鐘印製的張數等於乙 10 分鐘印製的張數

設甲每分鐘印製 x 張，乙每分鐘印製 y 張，則可列出 $15x = 10y \rightarrow x = \frac{10}{15}y = \frac{2}{3}y$

已知到 10:45 時甲、乙印製的總張數合計為 2100 張

甲共印製 45 分鐘(10:45~10:00 為 45 分鐘) \rightarrow 印製 $45x$ 張

乙共印製 40 分鐘(10:45~10:05 為 40 分鐘) \rightarrow 印製 $40y$ 張

可列出 $45x + 40y = 2100 \rightarrow 9x + 8y = 420$

將 $x = \frac{2}{3}y$ 代入 $9x + 8y = 420$ 得 $9 \times \frac{2}{3}y + 8y = 420 \rightarrow 6y + 8y = 420 \rightarrow 14y = 420 \rightarrow y = 30$

$y = 30$ 代入 $x = \frac{2}{3}y$ 得 $x = \frac{2}{3} \times 30 = 20$

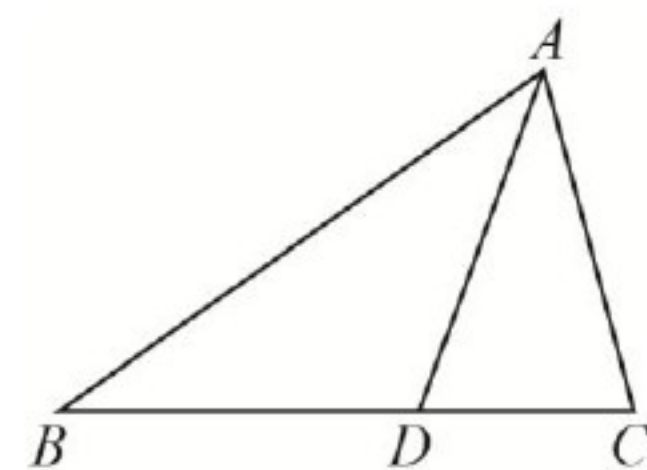
因此甲每分鐘印製 20 張，乙每分鐘印製 30 張

按照原計畫，甲與乙每分鐘合印 $20 + 30 = 50$ 張

2100 張需要 $2100 \div 50 = 42$ 分鐘，因此在 10:42 會達到 2100 張

故選(C)

25. 如圖，銳角三角形 ABC 中， D 點在 \overline{BC} 上， $\angle B = \angle BAD = \angle CAD$ 。今欲在 \overline{AD} 上找一點 P ，使得 $\angle APC = \angle ADB$ ，以下是甲、乙兩人的作法：



(甲)作 \overline{AC} 的中垂線交 \overline{AD} 於 P 點，則 P 即為所求

(乙)以 C 為圓心， \overline{CD} 長為半徑畫弧，交 \overline{AD} 於異於 D 點的一點 P ，

則 P 即為所求

對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？

- (A) 兩人皆正確 (B) 兩人皆錯誤 (C) 甲正確，乙錯誤 (D) 甲錯誤，乙正確

【答案】A

【詳解】

已知 $\angle B = \angle BAD = \angle CAD$

可設 $\angle B = \angle BAD = \angle CAD = x^\circ$ ，則 $\angle ADB = (180 - 2x)^\circ$

題目要找到 P 點使 $\angle APC = \angle ADB$ ，則只要作出的 $\angle APC = (180 - 2x)^\circ$ 即可

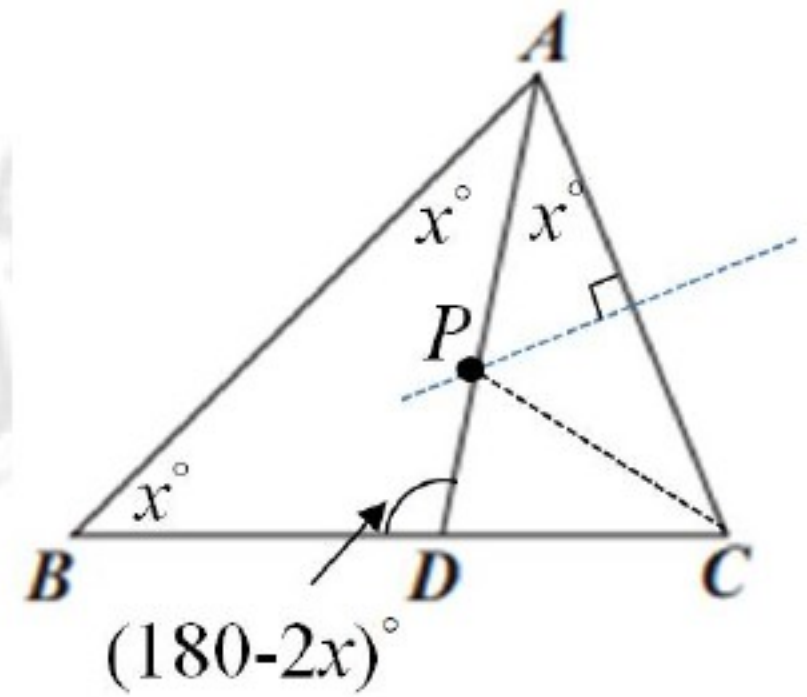
依照甲的作法，圖形如附圖

根據線段的中垂線上一點到線段兩端點距離相等，

可得 $\overline{PA} = \overline{PC} \rightarrow \angle PCA = \angle CAD = x^\circ$

$\angle APC = 180^\circ - \angle CAD - \angle PCA = 180^\circ - x^\circ - x^\circ = (180 - 2x)^\circ$

因此甲的作法正確



依照乙的作法，圖形如附圖

因為以 C 為圓心， \overline{CD} 長為半徑畫弧

所以 $\overline{PC} = \overline{CD}$ (半徑)

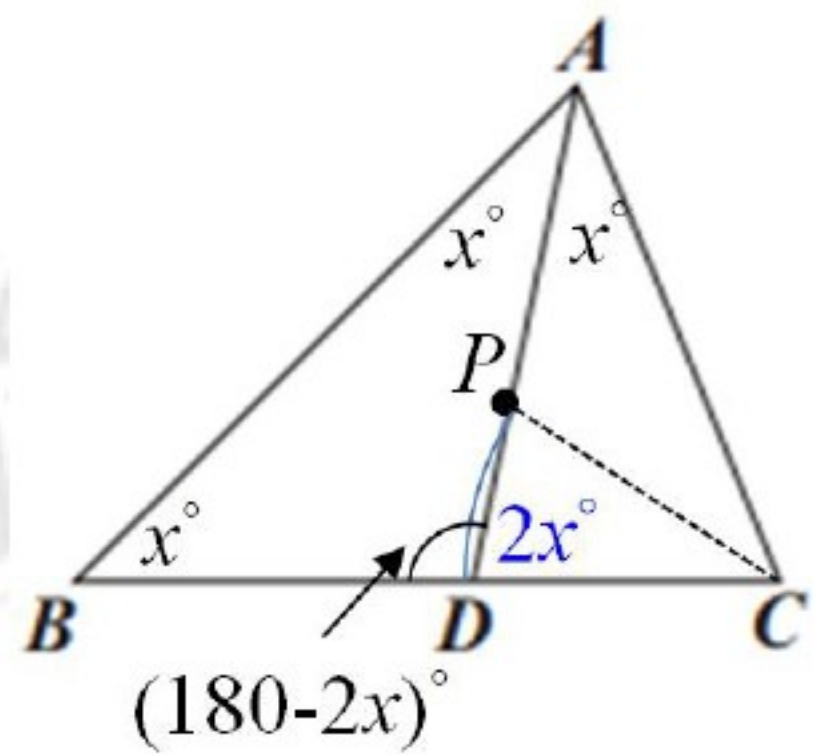
由 $\angle ADB = (180 - 2x)^\circ$ 得 $\angle PDC = 180^\circ - (180 - 2x)^\circ = 2x^\circ$

$\rightarrow \angle CPD = \angle PDC = 2x^\circ$ ($\overline{PC} = \overline{CD}$)

$\angle APC = 180^\circ - \angle CPD = 180^\circ - 2x^\circ = (180 - 2x)^\circ$

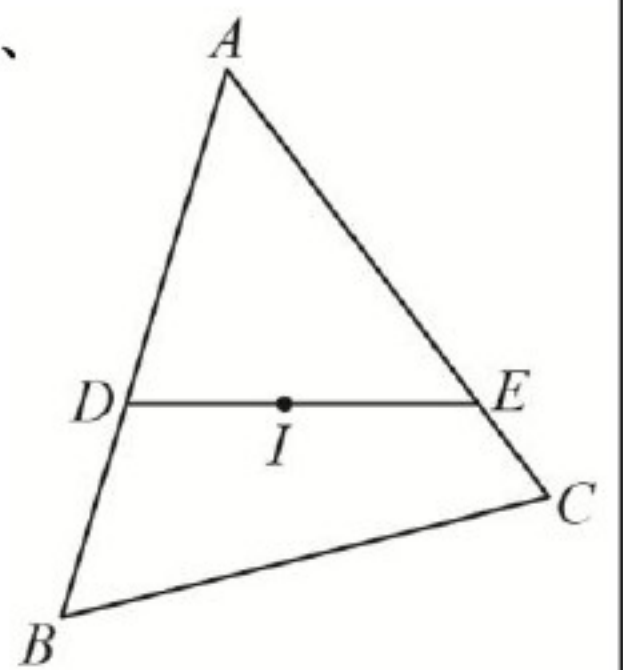
因此乙的作法正確

故選(A)



26. 如圖， I 為 $\triangle ABC$ 的內心，有一直線通過 I 點且分別與 \overline{AB} 、 \overline{AC} 相交於 D 點、 E 點。若 $\overline{AD} = \overline{DE} = 5$ ， $\overline{AE} = 6$ ，則 I 點到 \overline{BC} 的距離為何？

- (A) $\frac{24}{11}$
- (B) $\frac{30}{11}$
- (C) 2
- (D) 3



【答案】A

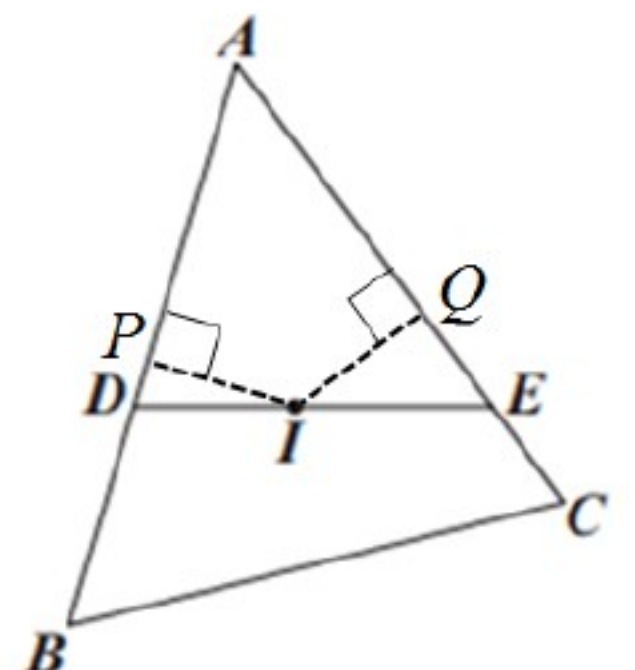
【詳解】

● I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，因為三角形內心到三角形三邊距離相等，

所以 I 點到 \overline{BC} 的距離 = I 點到 \overline{AB} 的距離 = I 點到 \overline{AC} 的距離，

作 $\overline{IP} \perp \overline{AB}$ 於 P 點， $\overline{IQ} \perp \overline{BC}$ 於 Q 點，

求出 \overline{IP} (I 點到 \overline{AB} 的距離) 或 \overline{IQ} (I 點到 \overline{AC} 的距離) 的長度，即為答案。



- ① 連接 \overline{AI} ，則 $\triangle ADE$ 面積 = $\triangle ADI$ 面積 + $\triangle AEI$ 面積
- $$= \frac{\overline{AD} \times \overline{IP}}{2} + \frac{\overline{AE} \times \overline{IQ}}{2}$$

設 $\overline{IP} = \overline{IQ} = x$ ，並代入 $\overline{AD} = 5$ 、 $\overline{AE} = 6$

可得 $\triangle ADE$ 面積 = $\frac{5 \times x}{2} + \frac{6 \times x}{2} = \frac{11}{2}x$

- ② 接下來找出 $\triangle ADE$ 面積

因為 $\overline{AD} = \overline{DE} = 5$ ，所以 $\triangle ADE$ 是等腰三角形

作 $\overline{DH} \perp \overline{AE}$ 於 H 點

因為等腰三角形底邊的中垂線會通過頂點

所以底邊上的高即為底邊的中垂線

→ $\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AE} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$

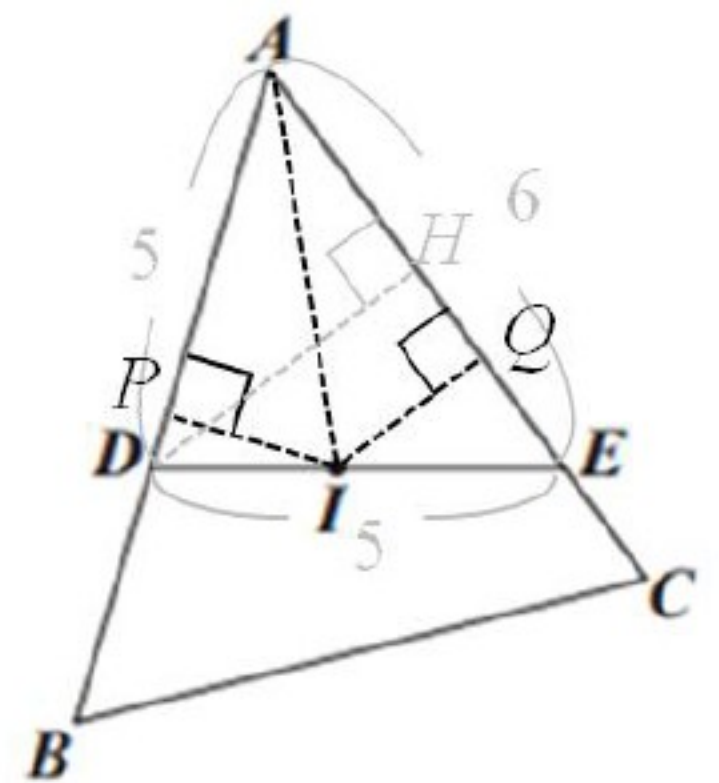
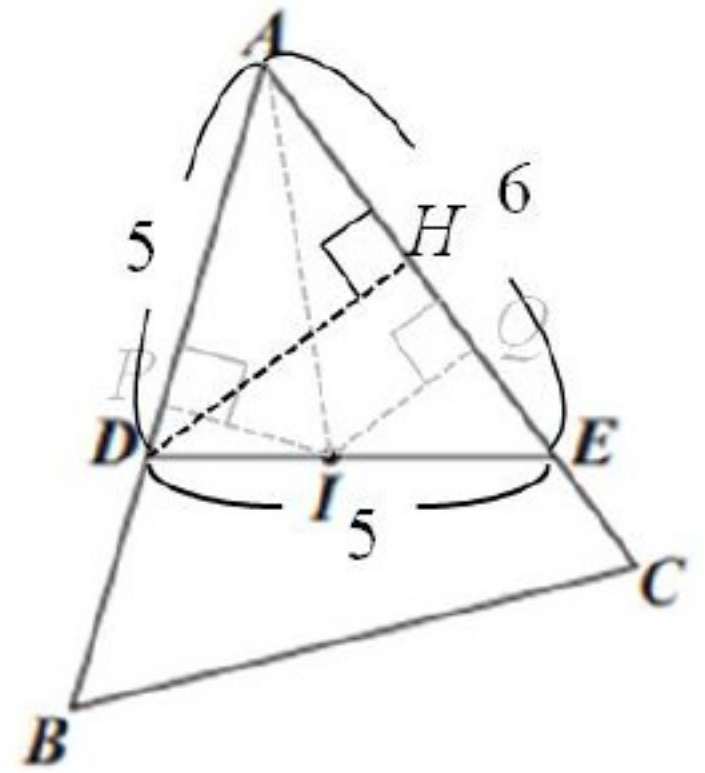
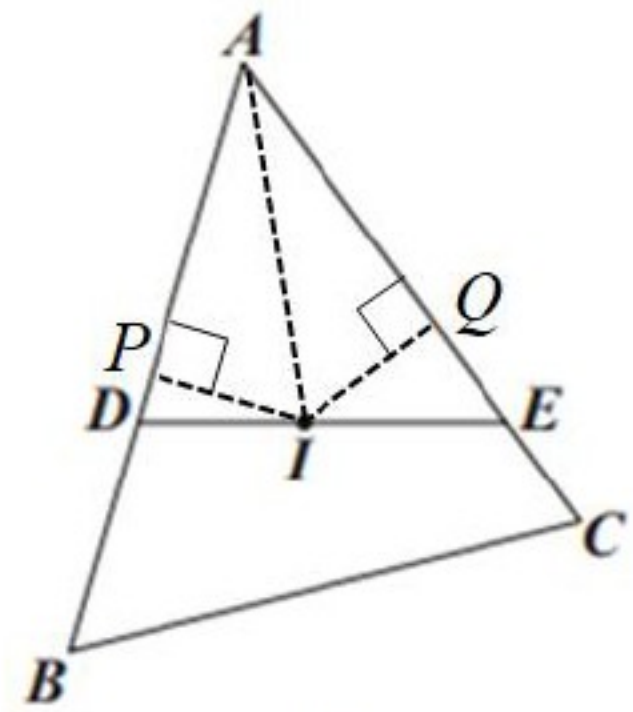
在直角三角形 ADH 中，由畢氏(勾股)定理可得

$$\overline{DH} = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{AH}^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$$

$$\triangle ADI \text{ 面積} = \frac{\overline{AE} \times \overline{DH}}{2} = \frac{6 \times 4}{2} = 12$$

- ③ 可列出 $\frac{11}{2}x = 12 \rightarrow x = 12 \div \frac{11}{2} = 12 \times \frac{2}{11} = \frac{24}{11}$ ，則 $\overline{IP} = \frac{24}{11}$

由分析知 I 點到 \overline{BC} 的距離 = $\overline{IP} = \frac{24}{11}$



第二部分：非選擇題（1~2題）

1. 碳足跡標籤是一種碳排放量的標示方式，讓大眾了解某一產品或服務所產生的碳排放量多寡，如圖所示。

碳足跡標籤的數據標示有其規定，以「碳排放量大於 20 公克且不超過 40 公克」為例，此範圍內的碳足跡數據標示只有 20、22、24、……、38、40 公克等 11 個偶數；碳足跡數據標示決定於「碳排放量與這 11 個偶數之中的哪一個差距最小」，兩者對應標示的範例如表所示。



碳排放量	碳足跡數據標示
20.2 公克	20 公克
20.8 公克	20 公克
21.0 公克	20 公克或 22 公克皆可
23.1 公克	24 公克

請根據上述資訊，回答下列問題，並詳細解釋或完整寫出你的解題過程：

- (1) 若有一個產品的碳足跡數據標示為 38 公克，則它可能的碳排放量之最小值與最大值分別為多少公克？
- (2) 承(1)，當此產品的碳排放量減少為原本的 90%時，請求出此產品碳足跡數據標示的所有可能情形。

【詳解】

(1) 這個產品的碳足跡數據標示為 38 公克

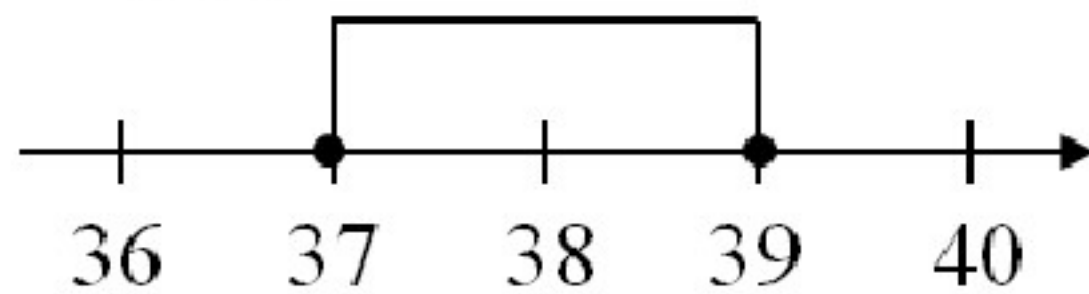
由題目可知碳足跡數據標示最接近 38 公克的是 36 公克及 40 公克

因為碳足跡數據標示決定於「碳排放量與哪一個偶數差距最小」

而 36 與 38 的中間值為 37，38 與 40 的中間值為 39

所以只要比 37 公克多或相等，且比 39 公克少或相等的碳排放量

都會標示成 38 公克



因此它可能的碳排放量之最小值為 37 公克，最大值為 39 公克

(2) 由前一題知道

這個產品可能的碳排放量之最小值為 37 公克

減少為原本的 90%，變成 $37 \times 90\% = 37 \times 0.9 = 33.3$ 公克

33.3 前後兩個偶數分別是 32 及 34

$33.3 - 32 = 1.3$ ， $34 - 33.3 = 0.7$ → 離 34 比較近，故標示成 34 公克

這個產品可能的碳排放量之最大值為 39 公克

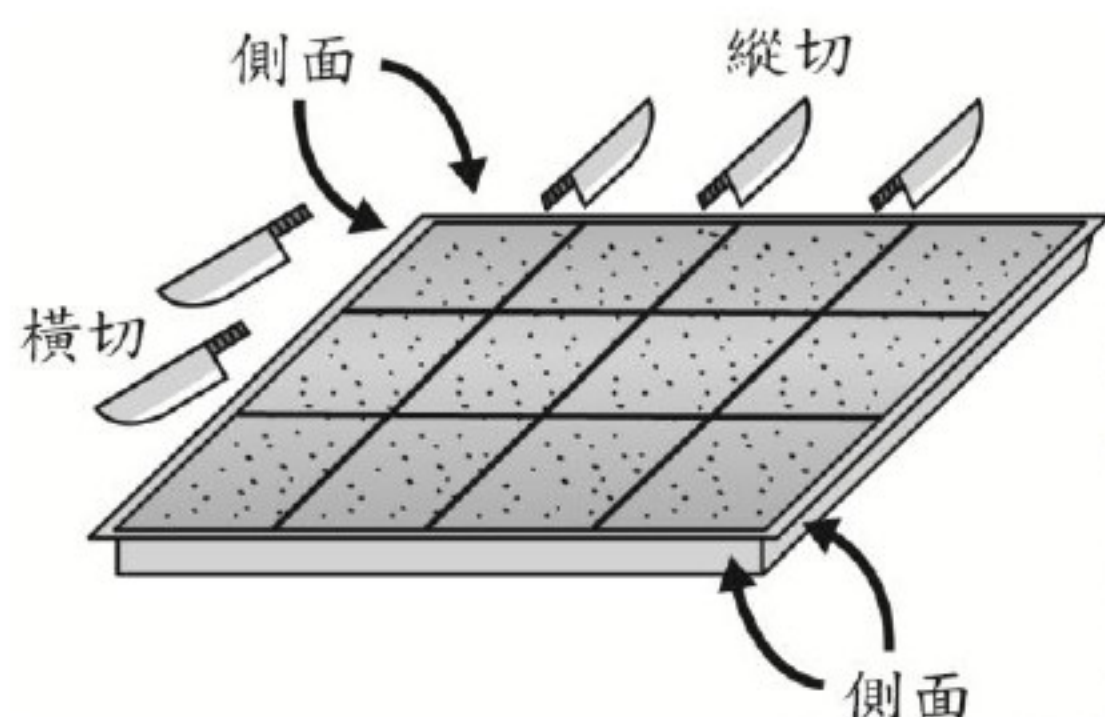
減少為原本的 90%，變成 $39 \times 90\% = 39 \times 0.9 = 35.1$ 公克

35.1 前後兩個偶數分別是 34 及 36，

$35.1 - 34 = 1.1$ ， $36 - 35.1 = 0.9$ → 離 36 比較近，故標示成 36 公克

綜合上述，可能標示成 34 公克、36 公克

2. 凱特平時常用底面為矩形的模具製作蛋糕，並以「平行於模具任一邊」的方式進行橫切或縱切，橫切都是從模具的左邊切割到模具的右邊，縱切都是從模具的上邊切割到模具的下邊。用這種方式，可以切出數個大小完全相同的小塊蛋糕。在切割後，他發現小塊蛋糕接觸模具的地方外皮比較焦脆，以附圖為例，橫切 2 刀，縱切 3 刀，共計 5 刀，切出 $(2+1) \times (3+1) = 12$ 個小塊蛋糕，其中側面有焦脆的小塊蛋糕共有 10 個，所有側面都不焦脆的小塊蛋糕共有 2 個。



請根據上述切割方式，回答下列問題，並詳細解釋或完整寫出你的解題過程：

- 若對一塊蛋糕切了 4 刀，則可切出幾個小塊蛋糕？請寫出任意一種可能的蛋糕塊數即可。
- 今凱特根據一場聚餐的需求，打算製作出恰好 60 個所有側面都不焦脆的小塊蛋糕，為了避免勞累並加快出餐速度，在不超過 20 刀的情況下，請問凱特需要切幾刀，才可以達成需求？請寫出所有可能的情形。

【詳解】

(1) 切了 4 刀，有以下 5 種切法

橫切	4	3	2	1	0
縱切	0	1	2	3	4
形狀					
蛋糕數	$(4+1) \times (0+1) = 5$	$(3+1) \times (1+1) = 8$	$(2+1) \times (2+1) = 9$	$(1+1) \times (3+1) = 8$	$(0+1) \times (4+1) = 5$

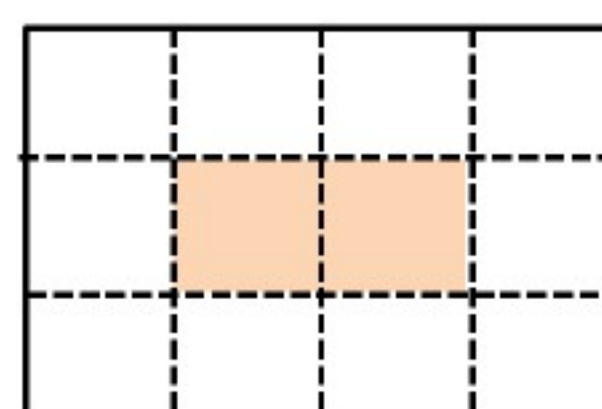
可能切出來的蛋糕數有 5 塊、8 塊、9 塊

(2) 先分析所有側面都不焦脆的小塊蛋糕與切的刀數關係

橫切 2 刀，縱切 3 刀，所有側面都不焦脆的小塊蛋糕共有 2 個

可看成 $(2-1) \times (3-1) = 1 \times 2 = 2$ 個，

即 $(\text{刀數}-1) \times (\text{刀數}-1) = \text{個數}$



現在有 60 個所有側面都不焦脆的小塊蛋糕

$$60 = 1 \times 60 = 2 \times 30 = 3 \times 20 = 4 \times 15 = 5 \times 12 = 6 \times 10$$

根據 $(\text{刀數}-1) \times (\text{刀數}-1) = \text{個數}$

$$1 \times 60 = (2-1) \times (61-1) \rightarrow \text{橫切 } 2 \text{ 刀、縱切 } 61 \text{ 刀, } 2+61=63, \text{ 超過 } 20 \text{ 刀}$$

$$2 \times 30 = (3-1) \times (31-1) \rightarrow \text{橫切 } 3 \text{ 刀、縱切 } 31 \text{ 刀, } 3+31=34, \text{ 超過 } 20 \text{ 刀}$$

$$3 \times 20 = (4-1) \times (21-1) \rightarrow \text{橫切 } 4 \text{ 刀、縱切 } 21 \text{ 刀, } 4+21=25, \text{ 超過 } 20 \text{ 刀}$$

$$4 \times 15 = (5-1) \times (16-1) \rightarrow \text{橫切 } 5 \text{ 刀、縱切 } 16 \text{ 刀, } 5+16=21, \text{ 超過 } 20 \text{ 刀}$$

$$5 \times 12 = (6-1) \times (13-1) \rightarrow \text{橫切 } 6 \text{ 刀、縱切 } 13 \text{ 刀, } 6+13=19, \text{ 需要 } 19 \text{ 刀}$$

$$6 \times 10 = (7-1) \times (11-1) \rightarrow \text{橫切 } 7 \text{ 刀、縱切 } 11 \text{ 刀, } 7+11=18, \text{ 需要 } 18 \text{ 刀}$$

(橫向及縱向刀數互換時，總刀數及小蛋糕個數不變，無須再考慮其他)

因此需要切 18 刀或 19 刀