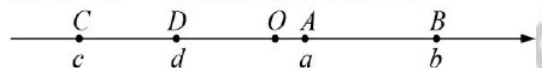


第一部分：選擇題（第1~25題）

1. 附圖數線上的 A 、 B 、 C 、 D 四點所表示的數分別為 a 、 b 、 c 、 d ，且 O 為原點。根據圖中各點的位置判斷，下列何者的值最小？



- (A) $|a|$ (B) $|b|$ (C) $|c|$ (D) $|d|$

【答案】A

【詳解】

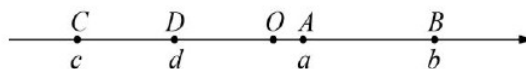
$|a|$ 為 A 點與原點 O 的距離， $|b|$ 為 B 點與原點 O 的距離

$|c|$ 為 C 點與原點 O 的距離， $|d|$ 為 D 點與原點 O 的距離

由圖可知 A 點與原點 O 距離最近

所以 $|a|$ 的值最小

故選(A)



2. 計算多項式 $6x^2 + 4x$ 除以 $2x^2$ 後，得到的餘式為何？

- (A) 2 (B) 4 (C) $2x$ (D) $4x$

【答案】D

【詳解】

利用長除法計算多項式的除法，

由長除法可知 $4x$ 的次數已低於除式 $2x^2$ ，所以餘式為 $4x$

故選(D)

$$\begin{array}{r} 3 \\ 2x^2 \overline{) 6x^2 + 4x} \\ \underline{6x^2} \\ 4x \end{array}$$

3. 下列何者為 156 的質因數？

- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14

【答案】C

【詳解】

利用短除法找出 156 的質因數

156 的質因數有 2、3、13

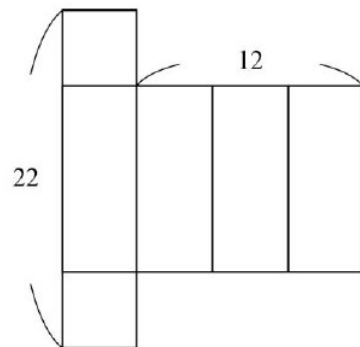
故選(C)

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 156} \\ \underline{2} \\ 78 \\ \underline{3} \overline{) 78} \\ \underline{3} \\ 39 \\ \underline{3} \overline{) 39} \\ \underline{3} \\ 13 \end{array}$$

4. 附圖為一個長方體的展開圖，且長方體的底面為正方形。

根據圖中標示的長度，求此長方體的體積為何？

- (A) 144
(B) 224
(C) 264
(D) 300



【答案】B

【詳解】

因為長方體的底面為正方形，四邊等長

所以附圖 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ = 正方形邊長

已知 $\overline{BE} = 12$ ，則正方形邊長 $= 12 \div 3 = 4$

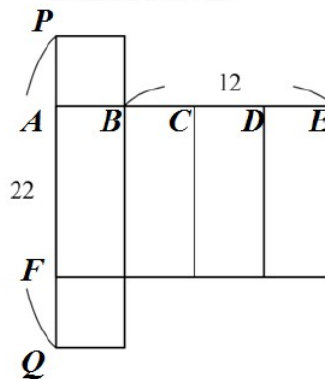
柱高 $\overline{AF} = \overline{PQ} - \overline{AP} - \overline{FQ} = 22 - 4 - 4 = 14$

因此長方體的體積 = 底面積 $\times$ 柱高

$$= 4 \times 4 \times 14$$

$$= 224$$

故選(B)



5. 算式 $\frac{9}{22} + \frac{11}{18} - (\frac{23}{22} - \frac{7}{18})$ 之值為何？

- (A) $\frac{4}{11}$ (B) $\frac{9}{10}$ (C) $\frac{1}{9}$ (D) $\frac{5}{4}$

【答案】A

【詳解】

$$\begin{aligned} & \frac{9}{22} + \frac{11}{18} - (\frac{23}{22} - \frac{7}{18}) \\ &= \frac{9}{22} + \frac{11}{18} - \frac{23}{22} + \frac{7}{18} \\ &= (\frac{9}{22} - \frac{23}{22}) + (\frac{11}{18} + \frac{7}{18}) \\ &= -\frac{14}{22} + \frac{18}{18} \\ &= -\frac{7}{11} + 1 \\ &= \frac{4}{11} \end{aligned}$$

注意到括號內、外有相同分母的分數，
所以先拆括號，再進行同分母分數的計算。
當括號前是減號時，括號內減號變加號。

故選(A)

6. $\sqrt{2022}$ 的值介於下列哪兩個數之間？

(A) 25, 30

(B) 30, 35

(C) 35, 40

(D) 40, 45

【答案】D

【詳解】

$$25^2 = 625, 30^2 = 900, 35^2 = 1225, 40^2 = 1600, 45^2 = 2025$$

因為 $40^2 < 2022 < 45^2$ ，所以 $\sqrt{40^2} < \sqrt{2022} < \sqrt{45^2}$ ，因此 $40 < \sqrt{2022} < 45$

故選(D)

7. 已知坐標平面上有一直線 L 與一點 A 。若 L 的方程式為 $x = -2$ ， A 點坐標為 $(6, 5)$ ，則 A 點到直線 L 的距離為何？

(A) 3

(B) 4

(C) 7

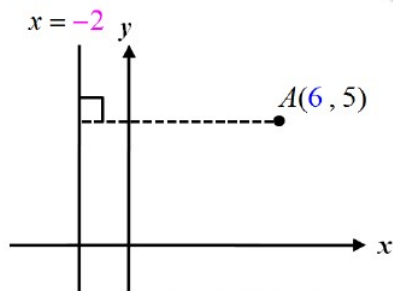
(D) 8

【答案】D

【詳解】

$x = -2$ 在坐標平面上為鉛直線

$A(6, 5)$ 與直線 $x = -2$ 的距離等於 $6 - (-2) = 6 + 2 = 8$



故選(D)

8. 多項式 $39x^2 + 5x - 14$ 可因式分解成 $(3x + a)(bx + c)$ ，其中 a 、 b 、 c 均為整數，求 $a + 2c$ 之值為何？

(A) -12

(B) -3

(C) 3

(D) 12

【答案】A

【詳解】

利用十字交乘法因式分解

$$39x^2 + 5x - 14 = (3x + 2)(13x - 7), \text{ 對照 } (3x + a)(bx + c)$$

可得 $a = 2$ 、 $b = 13$ 、 $c = -7$

$$a + 2c = 2 + 2 \times (-7) = 2 + (-14) = -12$$

故選(A)

$$\begin{array}{r} 3x \quad +2 \\ 13x \quad -7 \\ \hline 26x - 21x = 5x \end{array}$$

9. 箱子內有分別標示號碼 1~6 的球，每個號碼各 2 顆，總共 12 顆。已知小茹先從箱內抽出 5 顆球且不將球放回箱內，這 5 顆球的號碼分別是 1、2、2、3、5。今阿純打算從此箱內剩下的球中抽出 1 顆球，若箱內剩下的每顆球被他抽出的機會相等，則他抽出的球的號碼，與小茹已抽出的 5 顆球中任意一顆球的號碼相同的機率是多少？

(A) $\frac{3}{6}$ (B) $\frac{4}{6}$ (C) $\frac{3}{7}$ (D) $\frac{4}{7}$

【答案】C

【詳解】

箱子內有分別標示號碼 1~6 的球各 2 顆

已先抽出 1、2、2、3、5

則剩下 1、3、4、4、5、6、6，這 7 顆球

接下來只要抽到 1、3、5，這 3 顆球中的任何一顆球

就會與原先已抽出的 5 顆球號碼相同

因此抽到號碼相同的機率為 $\frac{3}{7}$

故選(C)

10. 已知一元二次方程式 $(x-2)^2=3$ 的兩根為 a 、 b ，且 $a>b$ ，求 $2a+b$ 之值為何？

(A) 9 (B) -3 (C) $6+\sqrt{3}$ (D) $-6+\sqrt{3}$

【答案】C

【詳解】

$$(x-2)^2=3$$

$$\rightarrow x-2=\pm\sqrt{3}$$

$$\rightarrow x=2\pm\sqrt{3}$$

已知兩根 a 、 b 中， $a>b$ ，所以 $a=2+\sqrt{3}$ 、 $b=2-\sqrt{3}$

$$2a+b=2\times(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})$$

$$=4+2\sqrt{3}+2-\sqrt{3}$$

$$=6+\sqrt{3}$$

故選(C)

11. 根據附圖中兩人的對話紀錄，求出哥哥買遊戲機的預算為多少元？

- (A) 3800
- (B) 4800
- (C) 5800
- (D) 6800



【答案】C

【詳解】

已知售價比預算多 1200 元，若設預算為 x 元，則售價為 $(x+1200)$ 元
後來遊戲機打 8 折促銷，促銷價為 $0.8(x+1200)$ 元

又知促銷價比預算少 200 元，可列出 $0.8(x+1200) = x - 200$

去括號得 $0.8x + 960 = x - 200$ ，

移項得 $0.8x - x = -200 - 960$

整理得 $-0.2x = -1160$

→ $0.2x = 1160$

→ $x = 1160 \div 0.2 = 5800$

因此預算為 5800 元

故選(C)

12. 已知 $p = 7.52 \times 10^{-6}$ ，下列關於 p 值的敘述何者正確？

- (A) 小於 0
- (B) 介於 0 與 1 兩數之間，兩數中比較接近 0
- (C) 介於 0 與 1 兩數之間，兩數中比較接近 1
- (D) 大於 1

【答案】B

【詳解】

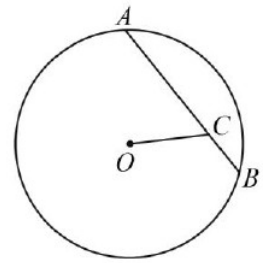
$p = 7.52 \times 10^{-6} = 0.00000752$ (小數點向左移 6 位)

則 $0 < 0.00000752 < 1$

且 $0.00000752 < 0.5$ (0.5 在 0 與 1 正中間)，所以比較靠近 0

故選(B)

13. 如圖， $\overline{AB}$ 為圓 O 的一弦，且 C 點在 $\overline{AB}$ 上。若 $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{BC} = 2$ ， $\overline{AB}$ 的弦心距為 3，則 $\overline{OC}$ 的長度為何？



- (A) 3
(B) 4
(C) $\sqrt{11}$
(D) $\sqrt{13}$

【答案】D

【詳解】

作 $\overline{OH} \perp \overline{AB}$ 於 H ， $\overline{OH}$ 為 $\overline{AB}$ 的弦心距，則 $\overline{OH} = 3$

根據弦心距垂直平分弦，可知 $\overline{OH}$ 平分 $\overline{AB}$

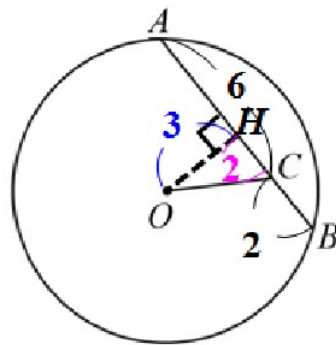
$$\text{所以 } \overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times (6 + 2) = 4$$

$$\overline{HC} = \overline{AC} - \overline{AH} = 6 - 4 = 2$$

在直角三角形 OHC 中，由畢氏(勾股)定理可得

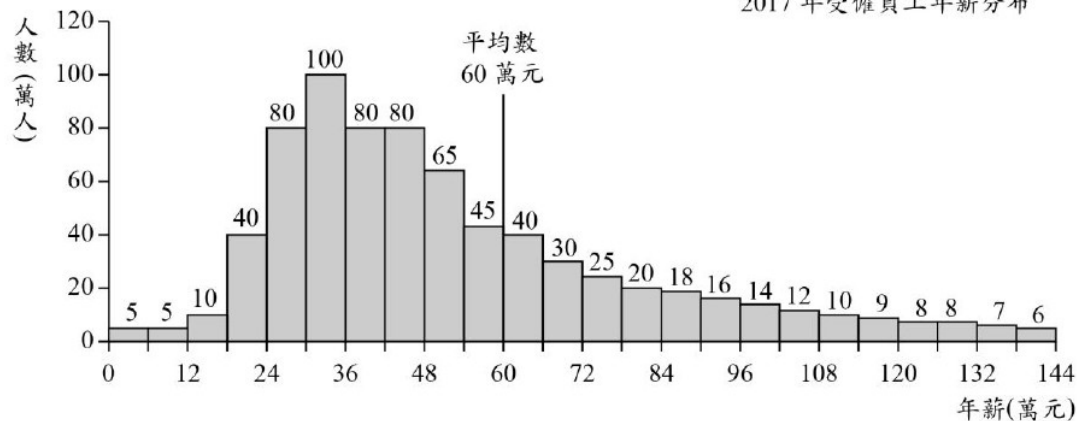
$$\overline{OC} = \sqrt{\overline{OH}^2 + \overline{HC}^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

故選(D)



14. 某國主計處調查 2017 年該國所有受僱員工的年薪資料，並公布調查結果如圖的直方圖所示。

2017 年受僱員工年薪分布



註：由於版面限制，無法顯示年薪 144 萬元以上的受僱員工資料

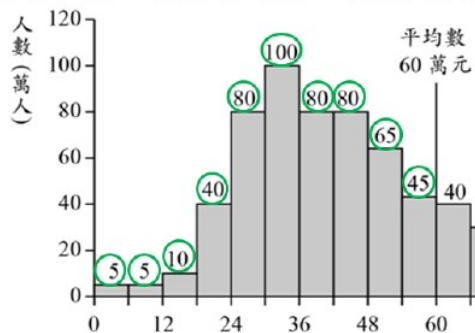
已知總調查人數為 750 萬人，根據圖中資訊計算，該國受僱員工年薪低於平均數的人數占總調查人數的百分率為下列何者？

- (A) 6% (B) 50% (C) 68% (D) 73%

【答案】C

【詳解】

由圖可知，低於平均數 60 萬元的人數有 $5+5+10+40+80+100+80+80+65+45=510$ (萬人)

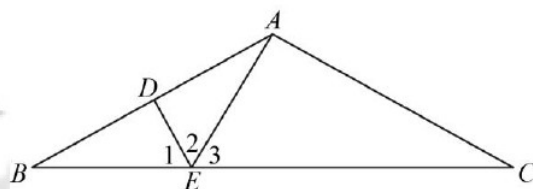


總調查人數為 750 萬人

$$\text{百分率} = \frac{510}{750} \times 100\% = 68\%$$

故選(C)

15. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 點在 $\overline{AB}$ 上， E 點在 $\overline{BC}$ 上，
 $\overline{DE}$ 為 $\overline{AB}$ 的中垂線。若 $\angle B = \angle C$ ，且 $\angle EAC > 90^\circ$ ，
 則根據圖中標示的角，判斷下列敘述何者正確？



- (A) $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 1 < \angle 3$
 (B) $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 1 > \angle 3$
 (C) $\angle 1 \neq \angle 2$ ， $\angle 1 < \angle 3$
 (D) $\angle 1 \neq \angle 2$ ， $\angle 1 > \angle 3$

【答案】B

【詳解】

① 先判斷 $\angle 1$ 、 $\angle 2$

$\angle 1$ 、 $\angle 2$ 分別在 $\triangle BDE$ 與 $\triangle ADE$ 中

已知 $\overline{DE}$ 為 $\overline{AB}$ 的中垂線，則 $\overline{BD} = \overline{AD}$ ， $\angle BDE = \angle ADE = 90^\circ$

又 $\overline{DE} = \overline{DE}$ ，所以 $\triangle BDE \cong \triangle ADE$ (SAS 全等) $\rightarrow \angle 1 = \angle 2$

② 接下來判斷 $\angle 1$ 、 $\angle 3$

$\angle 1$ 、 $\angle 3$ 分別在 $\triangle BDE$ 與 $\triangle ACE$ 中

$$\angle 1 + \angle B = 180^\circ - \angle BDE = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

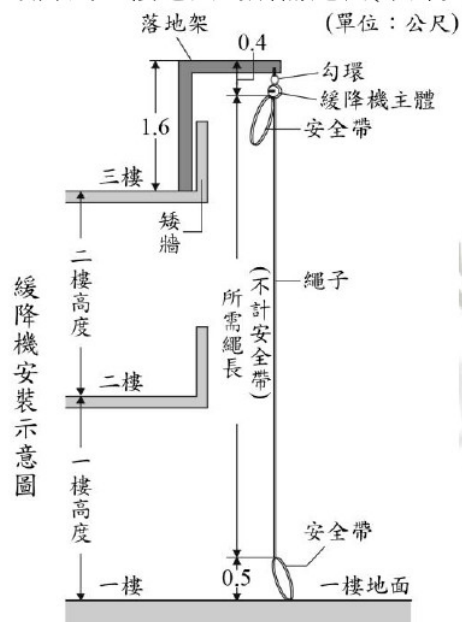
$$\angle 3 + \angle C = 180^\circ - \angle EAC < 90^\circ \text{ (已知 } \angle EAC > 90^\circ \text{)} \rightarrow \angle 3 + \angle C < \angle 1 + \angle B$$

又題目已知 $\angle B = \angle C$ ，所以 $\angle 3 < \angle 1$ ，即 $\angle 1 > \angle 3$

故選(B)



16. 緩降機是火災發生時避難的逃生設備，附圖是廠商提供的緩降機安裝示意圖，圖中呈現在三樓安裝緩降機時，使用此緩降機直接緩降到一樓地面的所需繩長(不計安全帶)。若某棟建築的每個樓層高度皆為 3 公尺，則根據附圖的安裝方式在該建築八樓安裝緩降機時，使用此緩降機直接緩降到一樓地面的所需繩長(不計安全帶)為多少公尺？



- (A) 21.7 (B) 22.6 (C) 24.7 (D) 25.6

【答案】A

【詳解】

將八樓安裝緩降機的情形，繪製簡圖如附圖所示

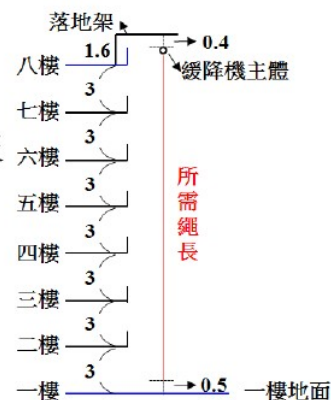
每層樓高度皆為 3 公尺，則一樓地面到八樓地面的高度為 $3 \times (8-1) = 21$ 公尺

落地架高 1.6 公尺，由落地架最高處往下 0.4 公尺為緩降機主體位置

則緩降機主體離地面高度為 $21 + 1.6 - 0.4 = 22.2$ 公尺

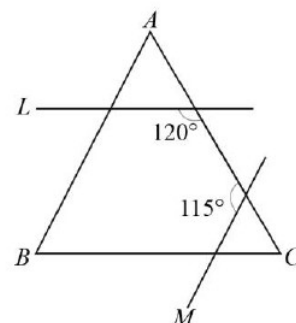
扣掉一樓地面處的 0.5 公尺，則所需繩長為 $22.2 - 0.5 = 21.7$ 公尺

故選(A)



17. 附圖為兩直線 L 、 M 與 $\triangle ABC$ 相交的情形，其中 L 、 M 分別與 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AB}$ 平行。根據圖中標示的角度，求 $\angle B$ 的度數為何？

- (A) 55
(B) 60
(C) 65
(D) 70



【答案】A

【詳解】

① 已知 L 與 $\overline{BC}$ 平行， $\overline{AC}$ 為截線

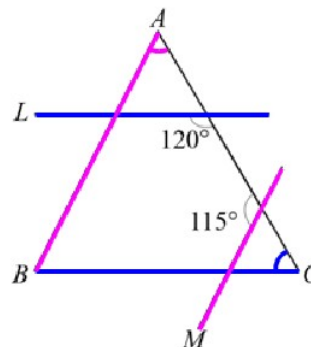
則 $\angle C = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ (同側內角互補)

② 已知 M 與 $\overline{AB}$ 平行， $\overline{AC}$ 為截線

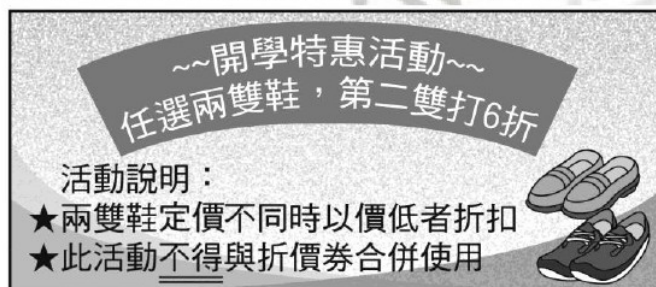
則 $\angle A = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ (同側內角互補)

③ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 180^\circ - \angle C - \angle A = 180^\circ - 60^\circ - 65^\circ = 55^\circ$

故選(A)



18. 某鞋店正舉辦開學特惠活動，附圖為活動說明。



小徹打算在該店同時購買一雙球鞋及一雙皮鞋，且他有一張所有購買的商品定價皆打 8 折的折價券。若小徹計算後發現使用折價券與參加特惠活動兩者的花費相差 50 元，則下列敘述何者正確？

- (A) 使用折價券的花費較少，且兩雙鞋的定價相差 100 元
- (B) 使用折價券的花費較少，且兩雙鞋的定價相差 250 元
- (C) 參加特惠活動的花費較少，且兩雙鞋的定價相差 100 元
- (D) 參加特惠活動的花費較少，且兩雙鞋的定價相差 250 元

【答案】B

【詳解】

① 設兩雙鞋分別為 x 元及 y 元，其中 $x > y$

如果使用所有購買商品定價皆打 8 折的折價券，則花費 $= x \times 0.8 + y \times 0.8 = 0.8x + 0.8y$ (元)

如果參加特惠活動(價低者打 6 折)，則花費 $= x + y \times 0.6 = x + 0.6y$ (元)

兩者花費的差

$= | \text{使用折價券花費} - \text{參加特惠活動花費} |$

$= | (0.8x + 0.8y) - (x + 0.6y) | = | 0.8x + 0.8y - x - 0.6y | = | 0.2y - 0.2x |$ 元

因為 $x > y$ ，所以 $0.2x > 0.2y$ ，因此 $0.2y - 0.2x < 0 \rightarrow \text{使用折價券花費較少}$ (小一大 < 0)

② 已知兩者花費相差 50 元，則 $|0.2y - 0.2x| = 50$

由 ① 知 $0.2y - 0.2x < 0 \rightarrow 0.2y - 0.2x = -50 \rightarrow 0.2x - 0.2y = 50 \rightarrow 0.2(x - y) = 50$

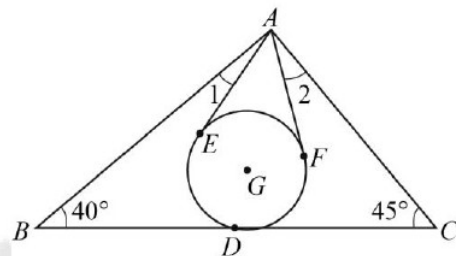
$\rightarrow x - y = 50 \div 0.2 = 250$

即兩雙鞋的定價相差 250 元

故選(B)

19. 如圖， $\triangle ABC$ 的重心為 G ， $\overline{BC}$ 的中點為 D ，今以 G 為圓心， $\overline{GD}$ 長為半徑畫一圓，且作 A 點到圓 G 的兩切線段 $\overline{AE}$ 、 $\overline{AF}$ ，其中 E 、 F 均為切點。根據圖中標示的角與角度，求 $\angle 1$ 與 $\angle 2$ 的度數和為多少？

- (A) 30
(B) 35
(C) 40
(D) 45



【答案】B

【詳解】

- $\angle 1 + \angle 2 = \angle BAC - \angle EAF$ ，其中 $\angle BAC = 180^\circ - 40^\circ - 45^\circ = 95^\circ$ ，所以只要再求出 $\angle EAF$ 即可。

題目已知 G 為 $\triangle ABC$ 的重心，且 D 為 $\overline{BC}$ 的中點，
則連接 $\overline{AD}$ ，可得 $\overline{AD}$ 為中線，重心 G 在 $\overline{AD}$ 上
根據重心到頂點的距離等於到對邊中點距離的 2 倍，
可知 $\overline{AG} = 2\overline{GD}$

已知 E 、 F 為切點，連接 $\overline{GE}$ 、 $\overline{GF}$

可得 $\angle AEG = \angle AFG = 90^\circ$

(圓心與切點的連線垂直過此切點的切線)

因為 $\overline{AG} = 2\overline{GD} = 2\overline{GE} = 2\overline{GF}$

所以在直角三角形 AEG 中， $\overline{GE} : \overline{AE} : \overline{AG} = 1 : \sqrt{2^2 - 1^2} : 2 = 1 : \sqrt{3} : 2$

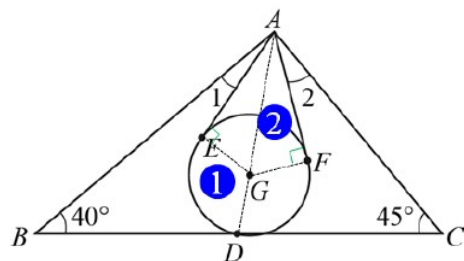
則 $\triangle AEG$ 為 30 度、60 度、90 度的直角三角形

→ $\angle EAG = 30^\circ$

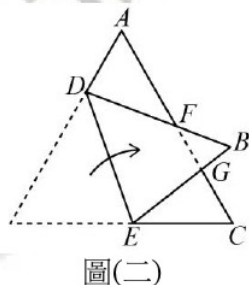
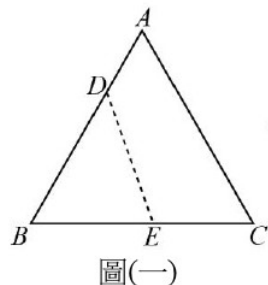
同理得 $\angle FAG = 30^\circ$ ，則 $\angle EAF = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$

$\angle 1 + \angle 2 = \angle BAC - \angle EAF = 95^\circ - 60^\circ = 35^\circ$

故選(B)



20. 圖(一)為一張正三角形紙片 ABC ，其中 D 點在 $\overline{AB}$ 上， E 點在 $\overline{BC}$ 上。今以 $\overline{DE}$ 為摺線將 B 點往右摺後， $\overline{BD}$ 、 $\overline{BE}$ 分別與 $\overline{AC}$ 相交於 F 點、 G 點，如圖(二)所示。若 $\overline{AD} = 10$ ， $\overline{AF} = 16$ ， $\overline{DF} = 14$ ， $\overline{BF} = 8$ ，則 $\overline{CG}$ 的長度為多少？



- (A) 7

- (B) 8

- (C) 9

- (D) 10

【答案】C

【詳解】

- ① 因為以 $\overline{DE}$ 為摺線將 B 點往右摺
所以正三角形邊長 $= \overline{AD} + \overline{DF} + \overline{FB} = 10 + 14 + 8 = 32$
即 $\overline{AC} = 32$

接下來只要再求出 $\overline{FG}$ ，就能求出 $\overline{CG}$

- ② $\overline{FG}$ 在 $\triangle BFG$ 中

因為 $\angle AFD = \angle BFG$ (對頂角)

$\angle A = \angle B = 60^\circ$ (正三角形)

所以 $\triangle AFD \sim \triangle BFG$ (AA 相似)

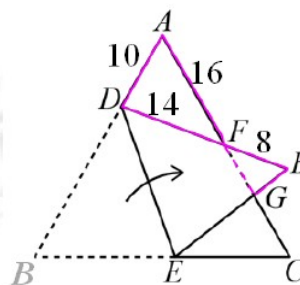
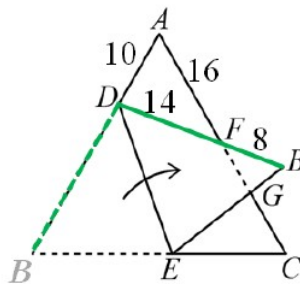
$$\rightarrow \overline{AF} : \overline{BF} = \overline{FD} : \overline{FG}$$

$$\rightarrow 16 : 8 = 14 : \overline{FG}$$

$$\rightarrow 2 : 1 = 14 : \overline{FG} \rightarrow 2\overline{FG} = 14 \rightarrow \overline{FG} = 7$$

$$\text{則 } \overline{CG} = \overline{AC} - \overline{AF} - \overline{FG} = 32 - 16 - 7 = 9$$

故選(C)



21. 有一直徑為 $\overline{AB}$ 的圓，且圓上有 C 、 D 、 E 、 F 四點，其位置如圖所示。

若 $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{AE} = 5$ ， $\overline{AF} = 9$ ， $\overline{AB} = 10$ ，則下列弧長關係

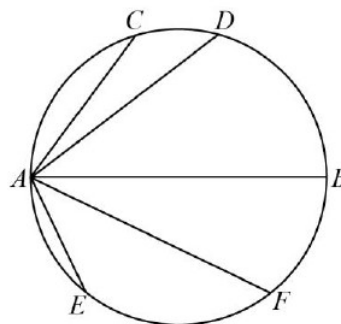
何者正確？

(A) $\widehat{AC} + \widehat{AD} = \widehat{AB}$ ， $\widehat{AE} + \widehat{AF} = \widehat{AB}$

(B) $\widehat{AC} + \widehat{AD} = \widehat{AB}$ ， $\widehat{AE} + \widehat{AF} \neq \widehat{AB}$

(C) $\widehat{AC} + \widehat{AD} \neq \widehat{AB}$ ， $\widehat{AE} + \widehat{AF} = \widehat{AB}$

(D) $\widehat{AC} + \widehat{AD} \neq \widehat{AB}$ ， $\widehat{AE} + \widehat{AF} \neq \widehat{AB}$



【答案】B

【詳解】

- ① 已知 $\overline{AB}$ 為直徑，根據直徑所對的圓周角是直角
連接 $\overline{BD}$ ，可得 $\angle ADB = 90^\circ$

在直角三角形 ADB 中，由畢氏(勾股)定理可得

$$\overline{BD} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6 = \overline{AC}$$

根據等弦對等弧，可知 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ ，則 $\widehat{AC} + \widehat{AD} = \widehat{BD} + \widehat{AD} = \widehat{AB}$

- ② 連接 $\overline{BF}$ ，同理可得 $\angle AFB = 90^\circ$

在直角三角形 AFB 中，由畢氏(勾股)定理可得

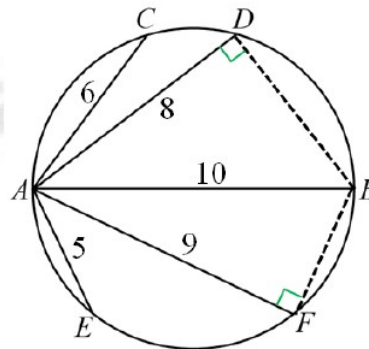
$$\overline{BF} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AF}^2} = \sqrt{10^2 - 9^2} = \sqrt{100 - 81} = \sqrt{19} \neq \overline{AE}$$

則 $\widehat{BF} \neq \widehat{AE}$

因此 $\widehat{AE} + \widehat{AF} \neq \widehat{BF} + \widehat{AF}$

即 $\widehat{AE} + \widehat{AF} \neq \widehat{AB}$

故選(B)



22. 已知坐標平面上有二次函數 $y = -(x+6)^2 + 5$ 的圖形，函數圖形與 x 軸相交於 $(a, 0)$ 、 $(b, 0)$ 兩點，其中 $a < b$ 。今將此函數圖形往上平移，平移後函數圖形與 x 軸相交於 $(c, 0)$ 、 $(d, 0)$ 兩點，其中 $c < d$ ，判斷下列敘述何者正確？

- (A) $(a+b) = (c+d)$ ， $(b-a) < (d-c)$
 (B) $(a+b) = (c+d)$ ， $(b-a) > (d-c)$
 (C) $(a+b) < (c+d)$ ， $(b-a) < (d-c)$
 (D) $(a+b) < (c+d)$ ， $(b-a) > (d-c)$

【答案】A

【詳解】

二次函數 $y = -(x+6)^2 + 5$ 的圖形頂點坐標為 $(-6, 5)$

對稱軸為 $x = -6$ ，圖形開口朝下

圖形與 x 軸相交於 $(a, 0)$ 、 $(b, 0)$ 兩點，其中 $a < b$

向上平移後，圖形與 x 軸相交於 $(c, 0)$ 、 $(d, 0)$ 兩點，

其中 $c < d$ ，如附圖

因為 $(a, 0)$ 、 $(b, 0)$ 對稱於 $x = -6$

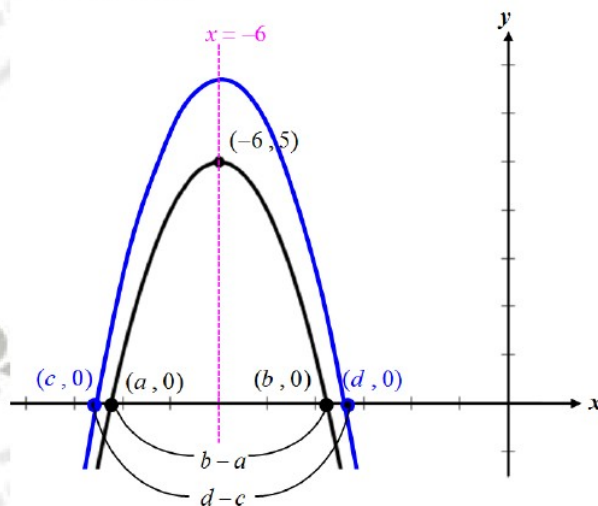
$(c, 0)$ 、 $(d, 0)$ 也對稱於 $x = -6$ ，

所以 $\frac{a+b}{2} = \frac{c+d}{2} = -6 \rightarrow a+b = c+d$

且由圖可知 $b-a < d-c$

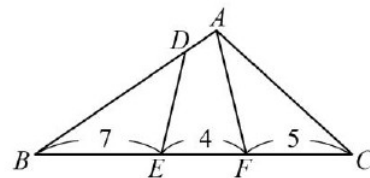
(原本兩交點距離 $<$ 後來兩交點距離)

故選(A)



23. $\triangle ABC$ 的邊上有 D 、 E 、 F 三點，各點位置如圖所示。若 $\angle B = \angle FAC$ ， $\overline{BD} = \overline{AC}$ ， $\angle BDE = \angle C$ ，則根據圖中標示的長度，求四邊形 $ADEF$ 與 $\triangle ABC$ 的面積比為何？

- (A) 1 : 3 (B) 1 : 4 (C) 2 : 5 (D) 3 : 8



【答案】D

【詳解】

① 題目已知 $\angle B = \angle FAC$ ， $\overline{BD} = \overline{AC}$ ， $\angle BDE = \angle C$

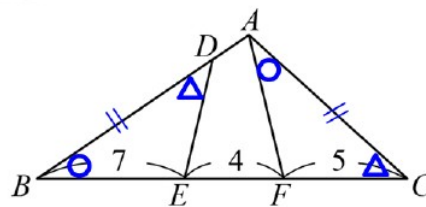
則 $\triangle BDE \cong \triangle ACF$ (ASA 全等)

若能找到 $\triangle BDE$ 、 $\triangle ACF$ 與 $\triangle ABC$ 的面積關係

就能利用

四邊形 $ADEF$ 面積 = $\triangle ABC$ 面積 - ($\triangle BDE$ 及 $\triangle ACF$ 面積和)

求出四邊形 $ADEF$ 與 $\triangle ABC$ 的面積比



②因為 $\triangle ACF$ 、 $\triangle ABC$ 為等高三角形($\overline{FC}$ 、 $\overline{BC}$ 分別為其對應的底邊)

根據等高三角形面積比等於底邊比

可得 $\triangle ACF$ 面積： $\triangle ABC$ 面積 $=\overline{FC}:\overline{BC}=5:(7+4+5)=5:16$

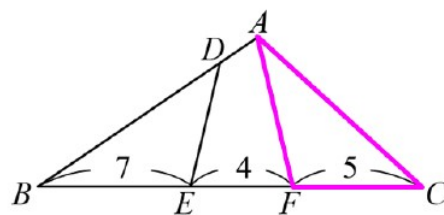
則 $\triangle ACF$ 面積占 $\triangle ABC$ 面積的 $\frac{5}{16}$

→ $\triangle BDE$ 面積占 $\triangle ABC$ 面積的 $\frac{5}{16}$ (因為 $\triangle BDE \cong \triangle ACF$)

因此四邊形 $ADEF$ 面積占 $\triangle ABC$ 面積的 $1-\frac{5}{16}-\frac{5}{16}=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

→四邊形 $ADEF$ 與 $\triangle ABC$ 的面積比為 $3:8$

故選(D)



請閱讀下列敘述後，回答 24~25 題

表(一)、表(二)呈現 PA、PB 兩種日光燈管的相關數據，其中光通量用來衡量日光燈管的明亮程度。

表(一)

PA燈管類別	直徑(毫米)	長度(毫米)	功率(瓦)	光通量(流明)
PA-20	25.4	580	20	1440
PA-30	25.4	895	30	2340
PA-40	25.4	1198	40	3360

表(二)

PB燈管類別	直徑(毫米)	長度(毫米)	功率(瓦)	光通量(流明)
PB-14	15.8	549	14	1200
PB-28	15.8	1149	28	2600

24. 已知日光燈管的發光效率為光通量與功率的比值，甲、乙兩人根據表(一)、表(二)的資訊提出以下看法：

(甲) PA-20 日光燈管的發光效率比 PB-14 日光燈管高

(乙) PA 日光燈管中，功率較大的燈管其發光效率較高

關於甲、乙兩人的看法，下列敘述何者正確？

(A) 甲、乙皆正確 (B) 甲、乙皆錯誤 (C) 甲正確，乙錯誤 (D) 甲錯誤，乙正確

【答案】D

【詳解】

● 發光效率為光通量與功率的比值

$$\text{PA-20 日光燈管的發光效率} = \text{光通量} \div \text{功率} = \frac{1440}{20} = 72$$

$$\text{PB-14 日光燈管的發光效率} = \text{光通量} \div \text{功率} = \frac{1200}{14} = \frac{600}{7} = 85\frac{5}{7} > 72$$

則 PB-14 日光燈管的發光效率比 PA-20 日光燈管高 → (甲) 錯誤

	功率 (瓦)	光通量 (流明)
PA-20	20	1440
PB-14	14	1200

分別計算 3 種 PA 燈管的發光效率

PA燈管類別	功率(瓦)	光通量(流明)	發光效率
PA-20	20	1440	$\frac{1440}{20} = 72$
PA-30	30	2340	$\frac{2340}{30} = 78$
PA-40	40	3360	$\frac{3360}{40} = 84$

因為 $20 < 30 < 40$ ， $72 < 78 < 84$ ，所以功率較大的燈管其發光效率較高 → (乙) 正確
故選 (D)

25. 有一間公司請水電工程廠商安裝日光燈管，廠商提供兩種方案如表(三)所示。

表(三)

方案	施工內容	施工費用(含材料費)
基本方案	安裝 90 支 PA-40 日光燈管	45000 元
省電方案	安裝 120 支 PB-28 日光燈管	60000 元

已知 n 支功率皆為 w 瓦的燈管都使用 t 小時後消耗的電能(度) $= \frac{n}{1000} \times w \times t$ ，若每支燈管使用時間皆相同，且只考慮燈管消耗的電能並以每度 5 元計算電費，則兩種方案相比，燈管使用時間至少要超過多少小時，採用省電方案所節省的電費才會高於兩者相差的施工費用？

- (A) 12200 (B) 12300 (C) 12400 (D) 12500

【答案】D

【詳解】

- 先求出兩種方案各使用 t 小時之後的電費是多少，就能知道省電方案 t 小時能節省多少元，再與施工費用的差 $60000 - 45000 = 15000$ (元) 比較，就能求出答案。

- ① 基本方案中，1 支 PA-40 的功率為 40 瓦，安裝 90 支，代入電能 $= \frac{n}{1000} \times w \times t$

$$t \text{ 小時之後消耗的電能} = \frac{90}{1000} \times 40 \times t = \frac{3600}{1000} t = 3.6t \text{ (度)}$$

每度 5 元，則 t 小時要花費 $3.6t \times 5 = 18t$ (元)

- ② 省電方案中，1 支 PA-28 的功率為 28 瓦，安裝 120 支，代入電能 $= \frac{n}{1000} \times w \times t$

$$t \text{ 小時之後消耗的電量} = \frac{120}{1000} \times 28 \times t = \frac{3360}{1000} t = 3.36t \text{ (度)}$$

每度 5 元，則 t 小時要花費 $3.36t \times 5 = 16.8t$ (元)

→ 省電方案 t 小時可節省 $18t - 16.8t = 1.2t$ (元)

- ③ 前面算出省電方案 t 小時可節省 $1.2t$ (元)，又施工費用的差為 15000 元

題目要求節省的電費高於兩者相差的施工費用，可列出 $1.2t > 15000 \rightarrow t > 15000 \div 1.2 = 12500$

即至少要超過 12500 小時，採用省電方案所節省的電費才會高於兩者相差的施工費用

故選 (D)

第二部分：非選擇題（第1~2題）

1. 健康生技公司培養綠藻以製作「綠藻粉」，再經過後續的加工步驟，製成綠藻相關的保健食品。
已知該公司製作每 1 公克的「綠藻粉」需要 60 億個綠藻細胞。

請根據上述資訊回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋：

- (1) 假設在光照充沛的環境下，1 個綠藻細胞每 20 小時可分裂成 4 個綠藻細胞，且分裂後的細胞亦可繼續分裂。今從 1 個綠藻細胞開始培養，若培養期間綠藻細胞皆未死亡且培養環境的光照充沛，經過 15 天後，共分裂成 4^k 個綠藻細胞，則 k 之值為何？
- (2) 承(1)，已知 60 億介於 2^{32} 與 2^{33} 之間，請判斷 4^k 個綠藻細胞是否足夠製作 8 公克的「綠藻粉」？

【詳解】

- (1) 15 天有 $24 \times 15 = 360$ 小時

因為每 20 小時會分裂一次，所以 15 天會分裂 $360 \div 20 = 18$ 次

一開始只有 1 個綠藻細胞，分裂第 1 次，可分裂成 4 個

分裂第 2 次，每個綠藻細胞又會分裂成 4 個，所以有 $4 \times 4 = 4^2$ 個

分裂第 3 次，每個綠藻細胞又會分裂成 4 個，所以有 $4^2 \times 4 = 4^3$ 個

→ 分裂第 n 次，一共有 4^n 個

則分裂 18 次之後，一共有 4^{18} 個，因此 $k = 18$

- (2) 因為每 1 公克的「綠藻粉」需要 60 億個綠藻細胞

所以 8 公克的「綠藻粉」需要 (8×60) 億個綠藻細胞

已知 60 億介於 2^{32} 與 2^{33} 之間，則 (8×60) 億介於 8×2^{32} 與 8×2^{33} 之間

$$8 \times 2^{32} = 2^3 \times 2^{32} = 2^{3+32} = 2^{35}$$

$$8 \times 2^{33} = 2^3 \times 2^{33} = 2^{3+33} = 2^{36}$$

指數律： $a^m \times a^n = a^{m+n}$

則 8 公克的「綠藻粉」需要的綠藻細胞介於 2^{35} 個與 2^{36} 個之間

由前一題知道 $k = 18$ ，則有 4^{18} 個綠藻細胞

也就是有 $(2^2)^{18} = 2^{2 \times 18} = 2^{36}$ 個綠藻細胞，多於 8 公克的「綠藻粉」需要的綠藻細胞數量

因此足夠製作 8 公克的「綠藻粉」

2. 一副完整的撲克牌有 4 種花色，且每種花色皆有 13 種點數，分別為 2、3、4、5、6、7、8、9、10、J、Q、K、A，共 52 張。

某撲克牌遊戲中，玩家可以利用「牌值」來評估尚未發出的牌之點數大小。

「牌值」的計算方式為：未發牌時先設「牌值」為 0；若發出的牌點數為 2 至 9 時，表示發出點數小的牌，則「牌值」加 1；若發出的牌點數為 10、J、Q、K、A 時，表示發出點數大的牌，則「牌值」減 1。

例如：從一副完整的撲克牌發出了 6 張牌，點數依序為 3、A、8、9、Q、5，則此時的「牌值」為 $0+1-1+1+1-1+1=2$ 。

請根據上述資訊回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋：

- (1) 若一副完整的撲克牌發出了 11 張點數小的牌及 4 張點數大的牌，則此時的「牌值」為何？
- (2) 已知一副完整的撲克牌已發出 28 張牌，且此時的「牌值」為 10。若剩下的牌中每一張牌被發出的機會皆相等，則下一張發出的牌是點數大的牌的機率是多少？

【詳解】

- (1) 未發牌時先設「牌值」為 0

若發出點數小的牌，則「牌值」加 1；若發出點數大的牌，則「牌值」減 1

現在發出了 11 張點數小的牌(加 11 個 1)及 4 張點數大的牌(減 4 個 1)

則「牌值」= $0+11\times 1-4\times 1=0+11-4=7$

- (2) ● 題目要求下一張發出的牌是點數大的牌的機率，

則要先知道已發出的 28 張牌中，已經發出多少張點數大的牌，

才能知道剩下的牌中有多少張是點數大的牌，進而求出其機率。

設發出 28 張牌中，有 x 張是點數大的牌，則點數小的牌有 $(28-x)$ 張

因為發出點數大的牌，「牌值」減 1，發出點數小的牌，「牌值」加 1

且目前「牌值」為 10，所以可列出 $0-x\times 1+(28-x)\times 1=10$

$$\rightarrow 0-x+28-x=10 \rightarrow -x-x=10-28 \rightarrow -2x=-18 \rightarrow x=9$$

即已經發出 9 張點數大的牌

一副撲克牌有 52 張，點數大的牌 10、J、Q、K、A 各有四種花色

共有 $4\times 5=20$ 張，扣掉已經發出 9 張點數大的牌

則剩下 $20-9=11$ 張點數大的牌

又一副 52 張撲克牌已發出 28 張牌，剩下 $52-28=24$ 張

下一張發出的牌是點數大的牌的機率 = $\frac{\text{剩下點數大的撲克牌張數}}{\text{剩下撲克牌張數}} = \frac{11}{24}$