

第一部分：選擇題（1~25題）

1. 算式 $\frac{3}{7} - (-\frac{1}{4})$ 之值為何？

(A) $\frac{19}{28}$

(B) $\frac{5}{28}$

(C) $\frac{4}{11}$

(D) $\frac{2}{3}$

【答案】A

【詳解】

$$\frac{3}{7} - (-\frac{1}{4})$$

$$= \frac{3}{7} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{12}{28} + \frac{7}{28}$$

$$= \frac{19}{28}$$

減去一個負數等於加上這個數的相反數

通分

故選(A)

2. 附圖為一個直三角柱的展開圖，其中三個面被標示為甲、乙、丙。

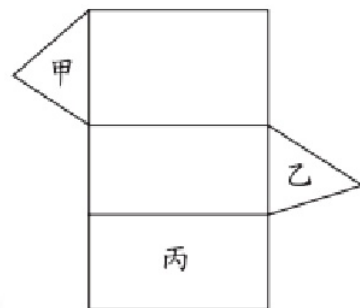
將此展開圖摺成直三角柱後，判斷下列敘述何者正確？

(A) 甲與乙平行，甲與丙垂直

(B) 甲與乙平行，甲與丙平行

(C) 甲與乙垂直，甲與丙垂直

(D) 甲與乙垂直，甲與丙平行



【答案】A

【詳解】

左圖是一個直三角柱的展開圖

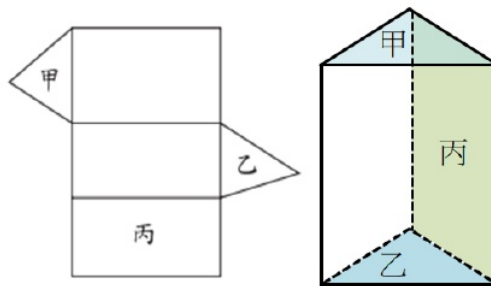
因為三角柱的底面是兩個全等的三角形，側面是長方形

所以甲、乙是底面，丙是側面

摺成三角柱之後，如右圖

因為角柱兩個底面會互相平行，底面與側面會互相垂直

所以甲與乙平行，甲與丙垂直，故選(A)



3. 若二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 5x-3y=28 \\ y=-3x \end{cases}$ 的解為 $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$ ，則 $a+b$ 之值為何？

(A) -28

(B) -14

(C) -4

(D) 14

【答案】C

【詳解】

$$\begin{cases} 5x-3y=28 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ y=-3x \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}, \text{將}\textcircled{2}\text{代入}\textcircled{1}\text{得 } 5x-3(-3x)=28$$

去括號得 $5x+9x=28$ ，合併得 $14x=28$ ，則 $x=28 \div 14=2$

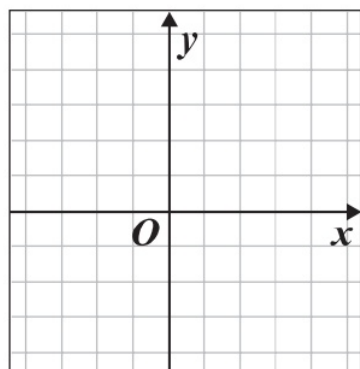
將 $x=2$ 代入 $\textcircled{2}$ 得 $y=-3 \times 2=-6$

因此 $a=2$ 、 $b=-6$ ， $a+b=2+(-6)=-4$

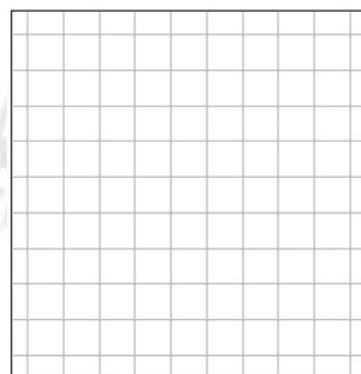
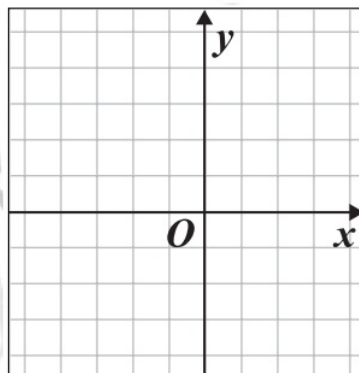
故選(C)

4. 若想在附圖的方格紙上沿著格線畫出坐標平面的 x 軸、 y 軸並標記原點，且以小方格邊長作為單位長，則下列哪一種畫法可在方格紙的範圍內標出 $(5, 3)$ 、 $(-4, -4)$ 、 $(-3, 4)$ 、 $(3, -5)$ 四點？

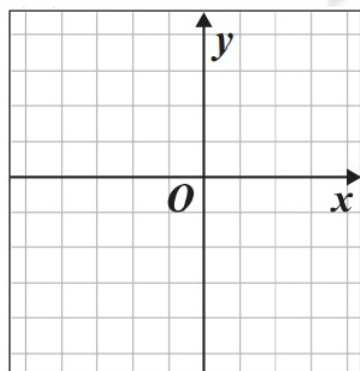
(A)



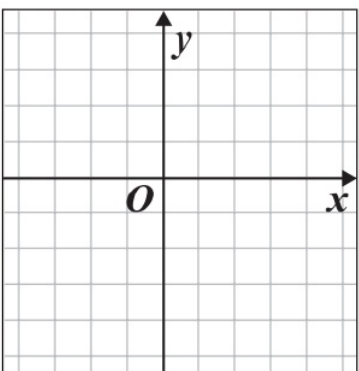
(B)



(C)



(D)



【答案】D

【詳解】

題目要求可在方格紙標出 $(5, 3)$ 、 $(-4, -4)$ 、 $(-3, 4)$ 、 $(3, -5)$ 四點

因為四點中 x 坐標最大是 5 ，最小是 -4

所以 x 軸正向至少要有 5 格， x 軸負向至少要有 4 格

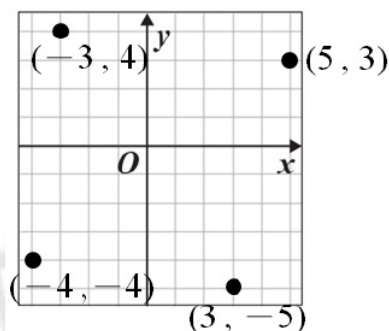
(B)(C)不合

因為四點中 y 坐標最大是 4 ，最小是 -5

所以 y 軸正向至少要有 4 格， y 軸負向至少要有 5 格

(A)不合，(D)符合

故選(D)



5. 阿賢利用便利貼拼成一個聖誕樹圖案，聖誕樹圖案共有 10 層，

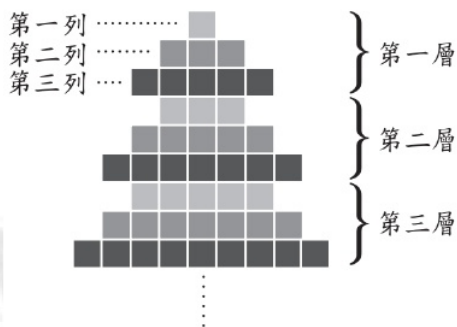
每一層由三列的便利貼拼成，前 3 層如附圖所示。

若同一層中每一列皆比前一列多 2 張，

且每一層第一列皆比前一層第一列多 2 張，

則此聖誕樹圖案由多少張便利貼拼成？

- (A) 354 (B) 360 (C) 384 (D) 390



【答案】B

【詳解】

① 這個圖案的拼排規則為同一層中每一列皆比前一列多 2 張

且每一層第一列皆比前一層第一列多 2 張

如果某一層的 3 列便利貼

分別有 x 、 $x+2$ 、 $x+4$ 張，共有 $x+(x+2)+(x+4)=3x+6$ 張

則其下一層的 3 列便利貼分別有 $x+2$ 、 $x+4$ 、 $x+6$ 張

共有 $(x+2)+(x+4)+(x+6)=3x+12$ 張

$3x+12$ 比 $3x+6$ 多了 6，所以每一層便利貼的數量會比前一層多 6 張

因此各層便利貼的數量可形成等差數列，其公差為 6

② 聖誕樹有 10 層，第一層有 $1+3+5=9$ 張便利貼

根據等差數列一般項公式 $a_n = a_1 + (n-1) \times d$

可得第十層有 $9+(10-1) \times 6 = 9+54 = 63$ 張便利貼

根據等差級數求和公式 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ ，十層一共有 $\frac{10 \times (9+63)}{2} = \frac{720}{2} = 360$ 張便利貼

故選(B)

6. 箱內有 50 顆白球和 10 顆紅球，小慧打算從箱內抽球 31 次，每次從箱內抽出一球，如果抽出白球則將白球放回箱內，如果抽出紅球則不將紅球放回箱內。已知小慧在前 30 次抽球中共抽出紅球 4 次，若她第 31 次抽球時箱內的每顆球被抽出的機會相等，則這次她抽出紅球的機率為何？

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{5}{12}$ (D) $\frac{3}{28}$

【答案】D

【詳解】

因為抽出白球會將白球放回箱內，所以白球數量不會改變

因為抽出紅球則不將紅球放回箱內，所以抽出紅球 4 次，會有 4 顆紅球沒有放回箱內

因此在進行第 31 次抽球前，箱內剩下 50 顆白球和 $10 - 4 = 6$ 顆紅球

因為每顆球被抽出的機會相等

所以抽到紅球的機率 = $\frac{\text{箱內剩下紅球數}}{\text{箱內剩下球數}} = \frac{6}{50+6} = \frac{6}{56} = \frac{3}{28}$

故選(D)

7. 圖(一)有 A、B 兩種圖案，其中 A 經過上下翻轉後與 B 相同，且圖案的外圍是正方形，圖(二)是將四個 A 圖以緊密且不重疊的方式排列成大正方形，圖(三)是將兩個 A 圖與兩個 B 圖以緊密且不重疊的方式排列成大正方形。

判斷圖(二)、圖(三)是否為線對稱圖形？

- (A) 圖(二)、圖(三)皆是
(B) 圖(二)、圖(三)皆不是
(C) 圖(二)是，圖(三)不是
(D) 圖(二)不是，圖(三)是



圖(一)



圖(二)

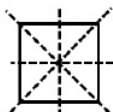


圖(三)

【答案】D

【詳解】

正方形的對稱軸有 4 條，如右圖



檢查這 4 條直線，只要沿其中一條直線對摺能使直線兩側圖案重合，即為線對稱圖形

圖(二)無論沿著哪一條直線對摺都不會重合

所以圖(二)不是線對稱圖形

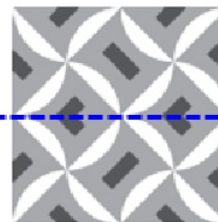
圖(三)沿著附圖藍線對摺能使直線兩側圖案重合

所以圖(三)是線對稱圖形

故選(D)



圖(二)



圖(三)

8. 若 $a = 3.2 \times 10^{-5}$ ， $b = 7.5 \times 10^{-5}$ ， $c = 6.3 \times 10^{-6}$ ，則 a 、 b 、 c 三數的大小關係為何？

(A) $a < b < c$

(B) $a < c < b$

(C) $c < a < b$

(D) $c < b < a$

【答案】C

【詳解】

$a = 3.2 \times 10^{-5}$ 、 $b = 7.5 \times 10^{-5}$ 、 $c = 6.3 \times 10^{-6}$ 皆符合科學記號的記法

比較科學記號的大小時，先比較 10 的次方，次方越小者其值越小

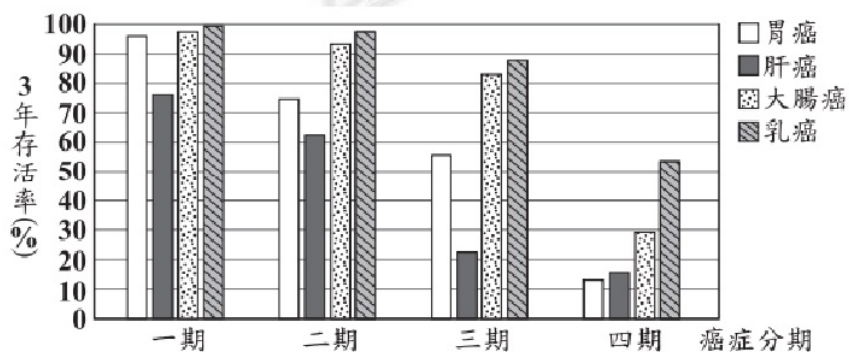
因為 $-6 < -5$ ，所以 c 最小

當 10 的次方相同時，再比較前面所乘的數字，數字越小者其值越小

因為 $3.2 < 7.5$ ，所以 $a < b$ ，因此 $c < a < b$

故選(C)

9. 癌症分期是為了區別惡性腫瘤影響人體健康的程度，某國統計 2011 年確診四種癌症一到四期的患者在 3 年後存活的比率(3 年存活率)，並依據癌症類別與不同分期將資料整理成附圖。



甲、乙兩人對該國 2011 年確診上述四種癌症的患者提出看法如下：

(甲)一到四期的乳癌患者的 3 年存活率皆高於 50%

(乙)在這四種癌症中，三期與四期的 3 年存活率相差最多的是胃癌

對於甲、乙兩人的看法，下列判斷何者正確？

(A) 甲、乙皆正確

(B) 甲、乙皆錯誤

(C) 甲正確，乙錯誤

(D) 甲錯誤，乙正確

【答案】C

【詳解】

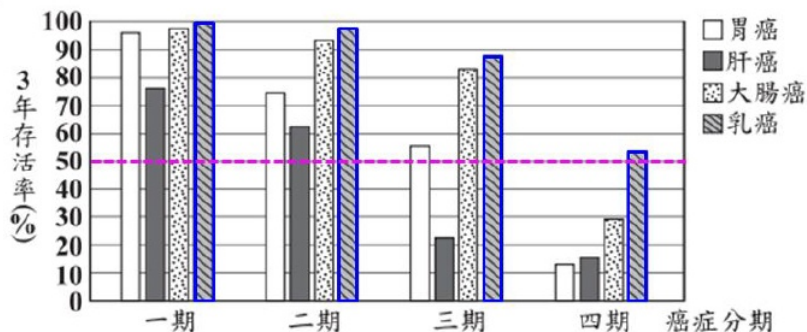
觀察附圖，乳癌患者的圖示為 ，

因為一到四期的乳癌患者

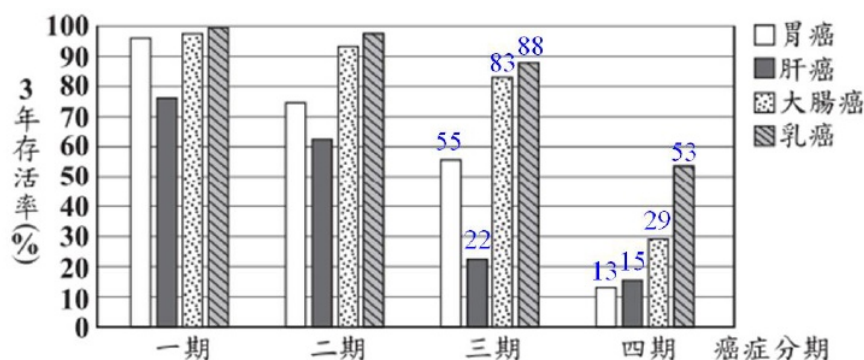
3 年存活率的長條皆高於 50%

所代表的橫線

所以甲看法正確



接著觀察三期與四期的長條



三期、四期胃癌 3 年存活率大約 55%、13%，相差 $55\% - 13\% = 42\%$

三期、四期肝癌 3 年存活率大約 22%、15%，相差 $22\% - 15\% = 7\%$

三期、四期大腸癌 3 年存活率大約 83%、29%，相差 $83\% - 29\% = 54\%$

三期、四期乳癌 3 年存活率大約 88%、53%，相差 $88\% - 53\% = 35\%$

因為 $54\% > 42\% > 35\% > 7\%$ ，相差最多的是大腸癌，所以乙的看法錯誤

故選(C)

10. 下列何者為多項式 $5x(5x-2)-4(5x-2)^2$ 的因式分解？

- (A) $(5x-2)(25x-8)$ (B) $(5x-2)(5x-4)$ (C) $(5x-2)(-15x+8)$ (D) $(5x-2)(-20x+4)$

【答案】C

【詳解】

$$\begin{aligned}
 & 5x(5x-2)-4(5x-2)^2 \\
 &= (5x-2)[5x-4(5x-2)] \quad \text{提出公因式}(5x-2) \\
 &= (5x-2)[5x-20x+8] \\
 &= (5x-2)(-15x+8)
 \end{aligned}$$

故選(C)

11. 將 $\frac{9}{4-\sqrt{7}}$ 化簡為 $a+b\sqrt{7}$ ，其中 a 、 b 為整數，求 $a+b$ 之值為何？

- (A) 5 (B) 3 (C) -9 (D) -15

【答案】A

【詳解】

$$\frac{9}{4-\sqrt{7}} = \frac{9}{4-\sqrt{7}} \times \frac{4+\sqrt{7}}{4+\sqrt{7}} = \frac{9 \times (4+\sqrt{7})}{4^2 - (\sqrt{7})^2} = \frac{9 \times (4+\sqrt{7})}{16-7} = \frac{9 \times (4+\sqrt{7})}{9} = 4+\sqrt{7}$$

對照 $a+b\sqrt{7}$ ，則 $a=4$ 、 $b=1$ ， $a+b=4+1=5$

故選(A)

12. 甲、乙兩個二次函數分別為 $y=(x+20)^2+60$ 、 $y=-(x-30)^2+60$ ，判斷下列敘述何者正確？

- (A) 甲有最大值，且其值為 $x=20$ 時的 y 值
- (B) 甲有最小值，且其值為 $x=20$ 時的 y 值
- (C) 乙有最大值，且其值為 $x=30$ 時的 y 值
- (D) 乙有最小值，且其值為 $x=30$ 時的 y 值

【答案】C

【詳解】

根據二次函數 $y=a(x-h)^2+k$

若 $a>0$ ，在 $x=h$ 時， y 有最小值 k ；若 $a<0$ ，在 $x=h$ 時， y 有最大值 k

可知 $y=(x+20)^2+60$ ，在 $x=-20$ 時， y 有最小值 60，(A)(B)錯誤

$y=-(x-30)^2+60$ ，在 $x=30$ 時， y 有最大值 60，(C)正確，(D)錯誤

故選(C)

13. 附圖為阿成調整他的電腦畫面的解析度時看到的選項，

當他從建議選項 1920×1080 調整成 1400×1050 時，

由於比例改變($1920:1080\neq1400:1050$)，

畫面左右會出現黑色區域，當比例不變就不會有此問題。

判斷阿成將他的電腦畫面解析度從 1920×1080

調整成下列哪一種時，畫面左右不會出現黑色區域？

- (A) 1680×1050
- (B) 1600×900
- (C) 1440×900
- (D) 1280×1024

解析度

1920 × 1080 (建議選項)
1680 × 1050
1600 × 900
1440 × 900
1400 × 1050
1366 × 768
1360 × 768
1280 × 1024
1280 × 960

【答案】B

【詳解】

● 題目已知當比例不變時就不會在畫面左右出現黑色區域，

所以檢查哪一個選項與 $1920:1080$ 是相等的比(比值相等)，即為答案。

$1920:1080$ 的比值為 $\frac{1920}{1080} = \frac{16}{9}$

(A) $1680:1050$ 的比值為 $\frac{1680}{1050} = \frac{8}{5} \neq \frac{16}{9}$ ；(B) $1600:900$ 的比值為 $\frac{1600}{900} = \frac{16}{9}$

(C) $1440:900$ 的比值為 $\frac{1440}{900} = \frac{8}{5} \neq \frac{16}{9}$ ；(D) $1280:1024$ 的比值為 $\frac{1280}{1024} = \frac{5}{4} \neq \frac{16}{9}$

故選(B)

14. 小玲搭飛機出國旅遊，已知她搭飛機產生的碳排放量為 800 公斤，為了彌補這些碳排放量，她決定上下班時從駕駛汽車改成搭公車。依據附圖的資訊，假設小玲每日上下班駕駛汽車或搭公車的來回總距離皆為 20 公里，則與駕駛汽車相比，她至少要改搭公車上下班幾天，減少產生的碳排放量才會超過她搭飛機產生的碳排放量？

每人使用各種交通工具
每移動1公里產生的碳排放量

- 自行車：0 公斤
- 公車：0.04 公斤
- 機車：0.05 公斤
- 汽車：0.17 公斤

(A) 310 天 (B) 309 天 (C) 308 天 (D) 307 天

【答案】C

【詳解】

設改搭公車上下班 x 天

題目已知每日上下班駕駛汽車或搭公車的來回總距離皆為 20 公里

汽車每移動 1 公里產生的碳排放量為 0.17 公斤

每天移動 20 公里會產生 $0.17 \times 20 = 3.4$ 公斤， x 天產生 $3.4x$ 公斤

公車每移動 1 公里產生的碳排放量為 0.04 公斤

每天移動 20 公里會產生 $0.04 \times 20 = 0.8$ 公斤， x 天產生 $0.8x$ 公斤

根據減少產生的碳排放量超過搭飛機產生的碳排放量，可列出 $3.4x - 0.8x > 800$

$\rightarrow 2.6x > 800 \rightarrow 26x > 8000 \rightarrow x > \frac{8000}{26} = \frac{4000}{13} = 307\frac{9}{13}$ ，則至少要 308 天才能超過，故選(C)

15. 甲、乙兩個最簡分數分別為 $\frac{10}{a}$ 、 $\frac{18}{b}$ ，其中 a 、 b 為正整數。若將甲、乙通分化成相同的分母後，甲的分子變為 50，乙的分子變為 54，則下列關於 a 的敘述，何者正確？
- (A) a 是 3 的倍數，也是 5 的倍數
(B) a 是 3 的倍數，但不是 5 的倍數
(C) a 是 5 的倍數，但不是 3 的倍數
(D) a 不是 3 的倍數，也不是 5 的倍數

【答案】B

【詳解】

將甲、乙通分化成相同的分母後，甲的分子變為 50，乙的分子變為 54

則甲 $= \frac{10}{a} = \frac{50}{a \times 5}$ ，乙 $= \frac{18}{b} = \frac{54}{b \times 3}$ ，且分母相同，可知 $a \times 5 = b \times 3$

因為 $b \times 3$ 是 3 的倍數，所以 $a \times 5$ 是 3 的倍數

又 5 的因數沒有 3，所以 a 一定是 3 的倍數，才能讓 $a \times 5$ 是 3 的倍數，(C)(D)錯誤

因為 $\frac{10}{a}$ 是最簡分數， $\frac{10}{a} = \frac{2 \times 5}{a}$ ，所以 a 不是 2 的倍數也不是 5 的倍數，才能使 $\frac{10}{a}$ 是最簡分數

故選(B)

16. 有研究報告指出，1880 年至 2020 年全球平均氣溫上升趨勢約為每十年上升 0.08°C 。已知 2020 年全球平均氣溫為 14.88°C ，假設未來的全球平均氣溫上升趨勢與上述趨勢相同，且每年上升的度數相同，則預估 2020 年之後第 x 年的全球平均氣溫為多少 $^{\circ}\text{C}$ ？(以 x 表示)

- (A) $14.88 + 0.08x$
(B) $14.88 + 0.008x$
(C) $14.88 + 0.08[x + (2020 - 1880)]$
(D) $14.88 + 0.008[x + (2020 - 1880)]$

【答案】B

【詳解】

已知全球平均氣溫上升趨勢約為每十年上升 0.08°C ，即每年約上升 $0.08 \div 10 = 0.008^{\circ}\text{C}$

2020 年全球平均氣溫為 14.88°C

2020 年之後第 x 年的全球平均氣溫

= 2020 全球平均氣溫 + x 年上升度數

= $14.88^{\circ}\text{C} + 0.008x$

故選(B)

17. $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 55^{\circ}$ ， $\angle C = 65^{\circ}$ 。今分別以 B 、 C 為圓心， $\overline{BC}$ 長為半徑畫圓 B 、圓 C ，關於 A 點位置，下列敘述何者正確？

- (A) 在圓 B 外部，在圓 C 內部
(B) 在圓 B 外部，在圓 C 外部
(C) 在圓 B 內部，在圓 C 內部
(D) 在圓 B 內部，在圓 C 外部

【答案】A

【詳解】

- 要判斷點在圓內還是圓外，就要找出點到圓心的距離、半徑之間的大小關係，若點到圓心的距離大於半徑，點在圓外；若點到圓心的距離小於半徑，點在圓內。

① $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 55^{\circ}$ ， $\angle C = 65^{\circ}$

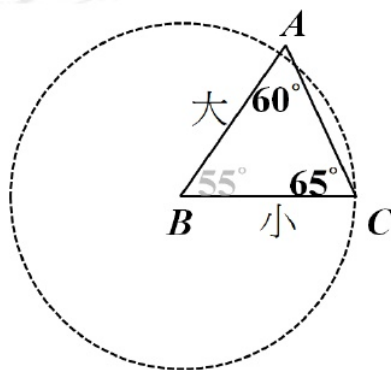
則 $\angle A = 180^{\circ} - 55^{\circ} - 65^{\circ} = 60^{\circ}$

以 B 為圓心， $\overline{BC}$ 長為半徑畫圓 B

因為 $\angle C > \angle A$ ，所以 $\overline{AB} > \overline{BC}$ (大角對大邊)

因為 A 點到圓心 B 的距離大於半徑 $\overline{BC}$

所以 A 點在圓 B 外部



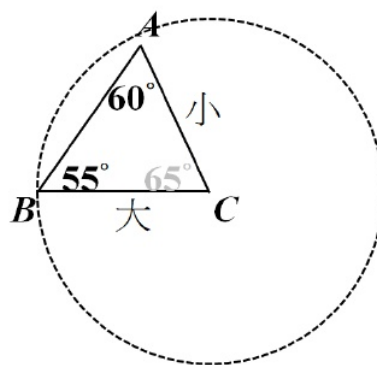
②以 C 為圓心， $\overline{BC}$ 長為半徑畫圓 B

因為 $\angle A > \angle B$ ，所以 $\overline{BC} > \overline{AC}$ (大角對大邊)

因為 A 點到圓心 C 的距離小於半徑 $\overline{BC}$

所以 A 點在圓 C 內部

故選(A)



18. 如圖，平行四邊形 $ABCD$ 與平行四邊形 $EFGH$ 全等，

且 A 、 B 、 C 、 D 的對應頂點分別是 H 、 E 、 F 、 G ，

其中 E 在 $\overline{DC}$ 上， F 在 $\overline{BC}$ 上， C 在 $\overline{FG}$ 上。

若 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{AD} = 5$ ， $\overline{FC} = 3$ ，

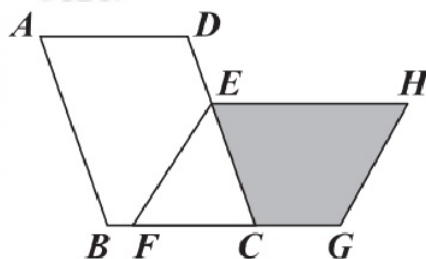
則四邊形 $ECGH$ 的周長為何？

(A) 21

(B) 20

(C) 19

(D) 18



【答案】A

【詳解】

已知平行四邊形 $ABCD$ 與平行四邊形 $EFGH$ 全等， A 、 B 、 C 、 D 的對應頂點分別是 H 、 E 、 F 、 G

則 $\overline{HE} = \overline{AB} = 7$ ， $\overline{HG} = \overline{AD} = 5$

因為平行四邊形對邊相等，所以 $\overline{FG} = \overline{EH} = 7$ ， $\overline{EF} = \overline{HG} = 5$

則 $\overline{CG} = \overline{FG} - \overline{FC} = 7 - 3 = 4$

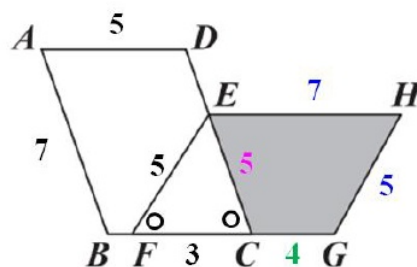
最後求 $\overline{EC}$

因為 C 的對應頂點是 F ，所以 $\angle ECF = \angle EFC$ (對應角相等)

因此 $\overline{EC} = \overline{EF} = 5$

四邊形 $ECGH$ 的周長 $= \overline{HE} + \overline{HG} + \overline{CG} + \overline{EC} = 7 + 5 + 4 + 5 = 21$

故選(A)



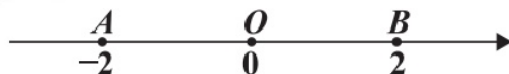
19. 附圖的數線上有 $A(-2)$ 、 $O(0)$ 、 $B(2)$ 三點。今打算在此數線上標示 $P(p)$ 、 $Q(q)$ 兩點，且 p 、 q 互為倒數，若 P 在 A 的左側，則下列敘述何者正確？

(A) Q 在 $\overline{AO}$ 上，且 $\overline{AQ} < \overline{QO}$

(B) Q 在 $\overline{AO}$ 上，且 $\overline{AQ} > \overline{QO}$

(C) Q 在 $\overline{OB}$ 上，且 $\overline{OQ} < \overline{QB}$

(D) Q 在 $\overline{OB}$ 上，且 $\overline{OQ} > \overline{QB}$



【答案】B

【詳解】

因為 P 在 A 的左側，所以 $p < -2$

已知 p 、 q 互為倒數，則 q 是負數，且 $pq = 1$

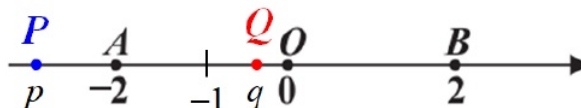
將 $p < -2$ 左右同乘以 q ，可得 $pq > -2q$ (q 是負數，乘以負數時，不等號方向改變)

→ $1 > -2q$ ，再左右同除以 -2 ，可得 $-\frac{1}{2} < q$

因此 $-\frac{1}{2} < q < 0$

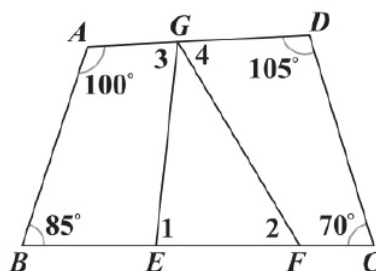
可知 Q 在 $\overline{AO}$ 上，且 $\overline{AQ} > \overline{QO}$

故選(B)



20. 四邊形 $ABCD$ 中， E 、 F 兩點在 $\overline{BC}$ 上， G 點在 $\overline{AD}$ 上，各點位置如圖所示。連接 $\overline{GE}$ 、 $\overline{GF}$ 後，根據附圖中標示的角與角度，判斷下列關係何者正確？

- (A) $\angle 1 + \angle 2 < \angle 3 + \angle 4$
- (B) $\angle 1 + \angle 2 > \angle 3 + \angle 4$
- (C) $\angle 1 + \angle 4 < \angle 2 + \angle 3$
- (D) $\angle 1 + \angle 4 > \angle 2 + \angle 3$



【答案】D

【詳解】

(解法一)

① 如圖，因為 $\angle 3$ 、 $\angle 5$ 、 $\angle 4$ 的和為平角 180°

$\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 5$ 的和為三角形內角和 180°

所以 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 5 = \angle 3 + \angle 5 + \angle 4$

→ $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$ ，(A)(B)錯誤

② 在四邊形 $ABFG$ 中，由四邊形內角和為 360° ，

可得 $\angle 2 + \angle 5 + \angle 3 = 360^\circ - 100^\circ - 85^\circ = 175^\circ$

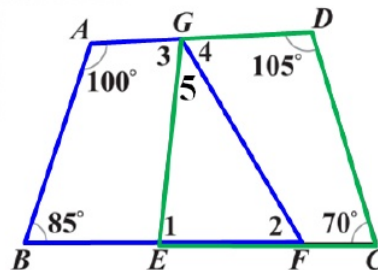
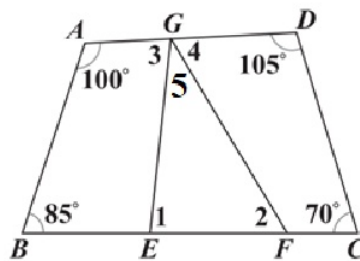
在四邊形 $GECD$ 中，由四邊形內角和為 360° ，

可得 $\angle 1 + \angle 5 + \angle 4 = 360^\circ - 105^\circ - 70^\circ = 185^\circ$

則 $\angle 1 + \angle 5 + \angle 4 > \angle 2 + \angle 5 + \angle 3$

→ $\angle 1 + \angle 4 > \angle 2 + \angle 3$

故選(D)



(解法二)

① 過 B 點作 $\overline{AD}$ 的平行線

由同側內角互補可得 $\angle 6 = 100^\circ + 85^\circ - 180^\circ = 5^\circ$

由內錯角相等可得 $\angle 7 = \angle 3$ 、 $\angle 8 = \angle 4$

由三角形內角和 180 度，可得 $\angle 5 + \angle 1 + \angle 2 = \angle 5 + \angle 7 + \angle 8$

則 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 7 + \angle 8$

即 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$ ，(A)(B)錯誤

② 由外角定理得 $\angle 1 = \angle 6 + \angle 9$

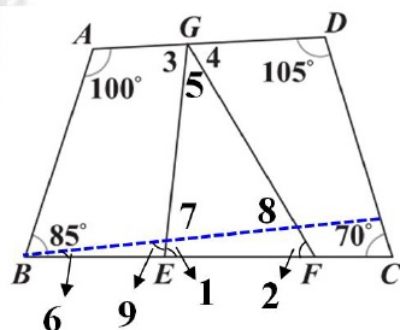
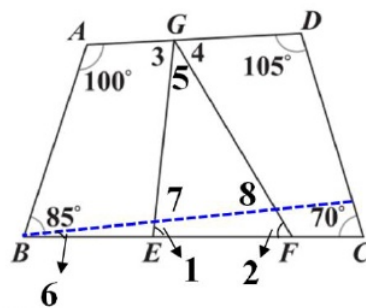
$= \angle 6 + \angle 7$ (對頂角)

$= \angle 6 + \angle 3$

由外角定理得 $\angle 8 = \angle 2 + \angle 6 \rightarrow \angle 4 = \angle 2 + \angle 6$

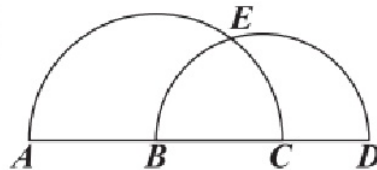
則 $\angle 1 + \angle 4 = (\angle 6 + \angle 3) + (\angle 2 + \angle 6) > \angle 2 + \angle 3$

故選(D)



21. 如圖， $\widehat{AC}$ 、 $\widehat{BD}$ 皆為半圓， $\widehat{AC}$ 與 $\widehat{BD}$ 相交於 E 點，其中 A 、 B 、 C 、 D 在同一直線上，且 B 為 $\widehat{AC}$ 的中點。若 $\widehat{CE} = 58^\circ$ ，則 $\widehat{BE}$ 的度數為何？

- (A) 58
- (B) 60
- (C) 62
- (D) 64



【答案】D

【詳解】

(解法一)

● 題目要求 $\widehat{BE}$ 的度數， $\widehat{BE}$ 在右邊半圓上，設 O 為右邊半圓的圓心，

連接 $\overline{EO}$ ，若能求出圓心角 $\angle EOB$ 的度數，即可利用 $\widehat{BE} = \angle EOB$ ，求出 $\widehat{BE}$ 的度數。

已知 B 為 $\widehat{AC}$ 的中點，則 B 是左邊半圓的圓心，

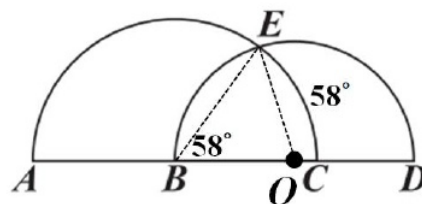
已知 $\widehat{CE} = 58^\circ$ ，則連接 $\overline{BE}$ ，可得圓心角 $\angle EBC = \widehat{CE} = 58^\circ$ ，即 $\angle EBO = 58^\circ$

因為 $\overline{BO} = \overline{EO}$ (半徑)，所以 $\triangle EBO$ 是等腰三角形

$\angle EOB = 180^\circ - 58^\circ \times 2 = 64^\circ$

因此 $\widehat{BE}$ 的度數等於 $\angle EOB = 64^\circ$

故選(D)



(解法二)

- 題目要求 $\widehat{BE}$ 的度數， $\widehat{BE}$ 在右邊半圓上，連接 $\overline{ED}$ ，若能求出圓周角 $\angle EDB$ 的度數，即可利用 $\frac{1}{2}\widehat{BE} = \angle EDB$ ，求出 $\widehat{BE}$ 的度數。

已知 B 為 $\overline{AC}$ 的中點，則 B 是左邊半圓的圓心，

已知 $\widehat{CE} = 58^\circ$ ，則連接 $\overline{BE}$ ，可得圓心角 $\angle EBC = \widehat{CE} = 58^\circ$ ，即 $\angle EBD = 58^\circ$

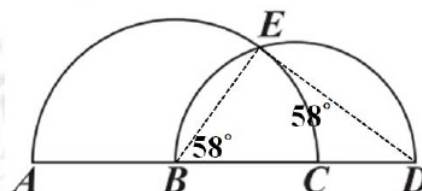
因為 $\overline{BD}$ 是直徑，根據直徑所對的圓周角是直角，可得 $\angle BED = 90^\circ$

所以 $\angle EDB = 180^\circ - 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$

由 $\frac{1}{2}\widehat{BE} = \angle EDB$ (圓周角的度數是所對弧度數的一半)

可得 $\widehat{BE} = \angle EDB \times 2 = 32^\circ \times 2 = 64^\circ$

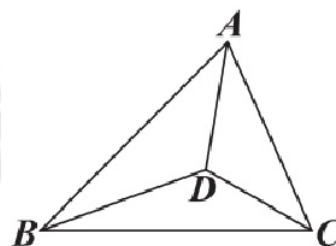
故選(D)



22. 如圖， $\triangle ABC$ 內部有一點 D ，且 $\triangle DAB$ 、 $\triangle DBC$ 、 $\triangle DCA$ 的面積分別為 5、4、3。若 $\triangle ABC$ 的重心為 G ，則下列敘述何者正確？

為何？

- (A) $\triangle GBC$ 與 $\triangle DBC$ 的面積相同，且 $\overline{DG}$ 與 $\overline{BC}$ 平行
(B) $\triangle GBC$ 與 $\triangle DBC$ 的面積相同，且 $\overline{DG}$ 與 $\overline{BC}$ 不平行
(C) $\triangle GCA$ 與 $\triangle DCA$ 的面積相同，且 $\overline{DG}$ 與 $\overline{AC}$ 平行
(D) $\triangle GCA$ 與 $\triangle DCA$ 的面積相同，且 $\overline{DG}$ 與 $\overline{AC}$ 不平行



【答案】A

【詳解】

$\triangle ABC$ 的重心為 G ，連接 $\overline{AG}$ 、 $\overline{BG}$ 、 $\overline{CG}$

因為三角形的重心與三頂點的連線段將此三角形的面積三等分

所以 $\triangle GAB$ 、 $\triangle GBC$ 、 $\triangle GCA$ 面積皆為 $(5+4+3) \div 3 = 4$

因此 $\triangle GBC$ 與 $\triangle DBC$ 的面積相同 (皆為 4)

$\triangle GCA$ 與 $\triangle DCA$ 的面積不相同，(C)(D) 錯誤

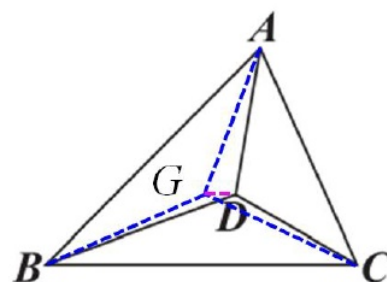
連接 $\overline{DG}$

因為 $\triangle GBC$ 與 $\triangle DBC$ 的面積相同

且兩個三角形有相同的底 ($\overline{BC}$)，所以兩個三角形有相等的高

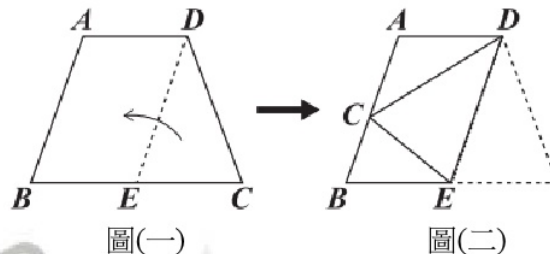
根據平行線之間距離處處相等，可知 $\overline{DG}$ 與 $\overline{BC}$ 平行，(A) 正確，(B) 錯誤

故選(A)



23. 如圖(一), 等腰梯形紙片 $ABCD$ 中, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle B = \angle C$, 且 E 點在 $\overline{BC}$ 上, $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ 。今以 $\overline{DE}$ 為摺線將 C 點向左摺後, C 點恰落在 $\overline{AB}$ 上, 如圖(二)所示。若 $\overline{CE} = 2$, $\overline{DE} = 4$, 則圖(二)的 $\overline{BC}$ 與 $\overline{AC}$ 的長度比為何?

- (A) 1 : 2
(B) 1 : 3
(C) 2 : 3
(D) 3 : 5



【答案】B

【詳解】

- ① 圖(一)中, 因為 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$, 所以四邊形 $ABED$ 為平行四邊形

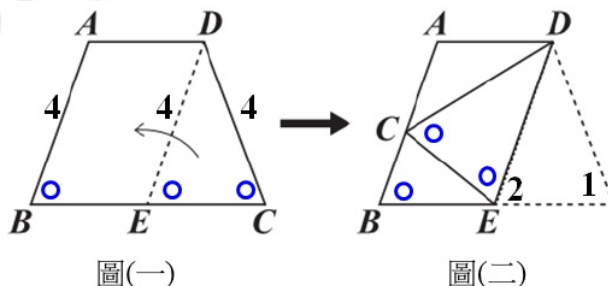
則 $\overline{AB} = \overline{DE} = 4$ (平行四邊形對邊相等)

又已知 $\overline{AB} = \overline{DC}$, 則 $\overline{DC} = \overline{AB} = \overline{DE} = 4$

→ $\angle DEC = \angle C$

已知 $\angle B = \angle C$, 且摺疊後重疊的角相等

所以在圖(二)中, $\angle 1 = \angle 2 = \angle DEC = \angle DCE = \angle B$



- ② 因為 $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$, 所以 $\angle DEC = \angle ECB$ (內錯角相等) → $\angle ECB = \angle B$

則 $\triangle DCE \sim \triangle ECB$ (AA相似)

→ $\overline{EC} : \overline{BC} = \overline{DC} : \overline{EC}$ (對應邊成比例)

→ $2 : \overline{BC} = 4 : 2$

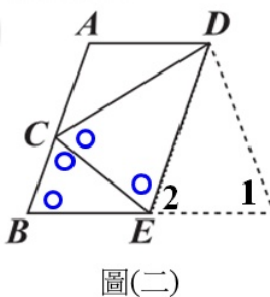
→ $4\overline{BC} = 2 \times 2 = 4$

→ $\overline{BC} = 1$

$\overline{AC} = \overline{AB} - \overline{BC} = 4 - 1 = 3$

因此 $\overline{BC} : \overline{AC} = 1 : 3$

故選(B)



請閱讀下列敘述後，回答 24~25 題

體重為衡量個人健康的重要指標之一，表(一)為成年人利用身高(公尺)計算理想體重(公斤)的三種方式，由於這些計算方式沒有考慮脂肪及肌肉重量占體重的比例，因此結果僅供參考。

表(一)

	女性理想體重	男性理想體重
算法①	身高 $\times$ 身高 $\times$ 22	身高 $\times$ 身高 $\times$ 22
算法②	$(100\times\text{身高}-70)\times 0.6$	$(100\times\text{身高}-80)\times 0.7$
算法③	$(100\times\text{身高}-158)\times 0.5+52$	$(100\times\text{身高}-170)\times 0.6+62$

24. 以下為甲、乙兩個關於成年女性理想體重的敘述：

(甲)有的女性使用算法①與算法②算出的理想體重會相同

(乙)有的女性使用算法②與算法③算出的理想體重會相同

對於甲、乙兩個敘述，下列判斷何者正確？

(A) 甲、乙皆正確 (B) 甲、乙皆錯誤 (C) 甲正確，乙錯誤 (D) 甲錯誤，乙正確

【答案】D

【詳解】

設成年女性身高為 x 公尺

算法①：身高 $\times$ 身高 $\times$ 22，理想體重為 $x\times x\times 22 = 22x^2$ (公斤)

算法②： $(100\times\text{身高}-70)\times 0.6$ ，理想體重為 $(100\times x-70)\times 0.6 = 60x-42$ (公斤)

算法③： $(100\times\text{身高}-158)\times 0.5+52$ ，理想體重為 $(100\times x-158)\times 0.5+52 = 50x-79+52$
 $= 50x-27$ (公斤)

若①②算出來的理想體重相同，則 $22x^2 = 60x-42 \rightarrow 22x^2 - 60x + 42 = 0 \rightarrow 11x^2 - 30x + 21 = 0$

其判別式為 $(-30)^2 - 4\times 11\times 21 = 900 - 924 < 0$

方程式無解，即不會有女性使用算法①與算法②算出的理想體重會相同，甲錯誤

若②③算出來的體重相同，則 $60x-42 = 50x-27 \rightarrow 10x = 15 \rightarrow x = 1.5$

身高 1.5 公尺的女性使用算法②與算法③算出的理想體重會相同，乙正確

故選(D)

25. 無論我們使用哪一種算法計算理想體重，都可將個人的實際體重歸類為表(二)的其中一種類別。

表(二)

實際體重	類別
大於理想體重的 120%	肥胖
介於理想體重的 110%~120%	過重
介於理想體重的 90%~110%	正常
介於理想體重的 80%~90%	過輕
小於理想體重的 80%	消瘦

當身高 1.8 公尺的成年男性使用算法②計算理想體重並根據表(二)歸類，實際體重介於 $70 \times 90\%$ 公斤至 $70 \times 110\%$ 公斤之間會被歸類為正常。若將上述身高 1.8 公尺且實際體重被歸類為正常的成年男性，重新以算法③計算理想體重並根據表(二)歸類，則所有可能被歸類的類別為何？

- (A) 正常 (B) 正常、過重 (C) 正常、過輕 (D) 正常、過重、過輕

【答案】B

【詳解】

身高 1.8 公尺的成年男性使用算法②

實際體重介於 $70 \times 90\% = 70 \times 0.9 = 63$ 公斤，至 $70 \times 110\% = 70 \times 1.1 = 77$ 公斤之間會被歸類為正常

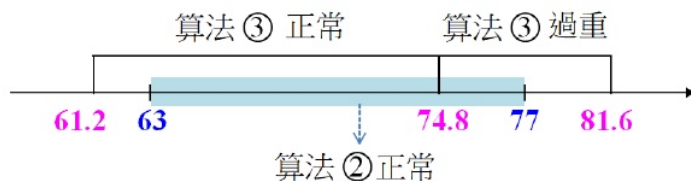
若使用算法③： $(100 \times \text{身高} - 170) \times 0.6 + 62$

身高 1.8 公尺的成年男性理想體重是

$$(100 \times 1.8 - 170) \times 0.6 + 62 = (180 - 170) \times 0.6 + 62 = 10 \times 0.6 + 62 = 6 + 62 = 68(\text{公斤})$$

$$68 \times 90\% = 68 \times 0.9 = 61.2(\text{公斤}) ; 68 \times 110\% = 68 \times 1.1 = 74.8(\text{公斤}) ; 68 \times 120\% = 68 \times 1.2 = 81.6(\text{公斤})$$

在 61.2 公斤~74.8 公斤的人會被歸類為正常；在 74.8 公斤~81.6 公斤的人會被歸類為過重



原先使用算法②歸類為正常體重(63 公斤~77 公斤)的人

若使用算法③

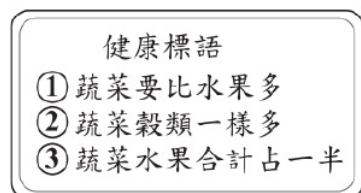
有一部分的人(63 公斤~74.8 公斤)會被歸類到正常

有一部分的人(74.8 公斤~77 公斤)會被歸類到過重

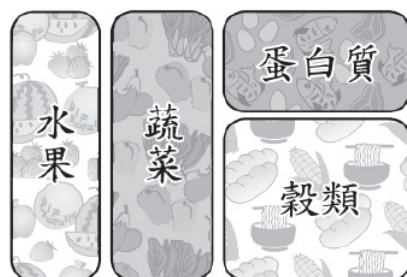
故選(B)

第二部分：非選擇題（1~2題）

1. 「健康飲食餐盤」是一種以圖畫呈現飲食指南的方式，圖畫中各類食物區塊的面積比，表示一個人每日所應攝取各類食物的份量比。某研究機構對於一般人如何搭配「穀類」、「蛋白質」、「蔬菜」、「水果」這四大類食物的攝取份量，以「健康標語」說明這四大類食物所應攝取份量的關係如圖(一)，並繪製了「健康飲食餐盤」如圖(二)。



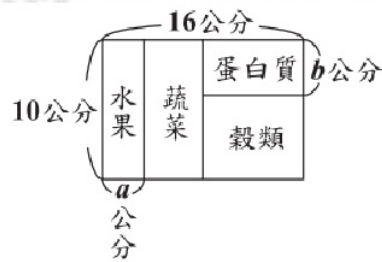
圖(一)



圖(二)

請根據上述資訊回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋：

- (1)請根據圖(一)的「健康標語」，判斷一個人每日所應攝取的「水果」和「蛋白質」份量之間的大小關係。
- (2)將圖(二)的「健康飲食餐盤」簡化為一個矩形，且其中四大類食物的區塊皆為矩形，如圖(三)所示。若要符合圖(一)的「健康標語」，在紙上畫出圖(三)的圖形，其中餐盤長為 16 公分，寬為 10 公分，則 a 、 b 是否可能同時為正整數？



圖(三)

【詳解】

- (1)由標語③可知蔬菜水果合計占一半，所以蛋白質與穀類合計占一半，

則蔬菜份量 + 水果份量 = 蛋白質份量 + 穀類份量

由標語②可知蔬菜穀類一樣多，所以水果與蛋白質的份量一樣多

- (2)由(1)知蔬菜水果合計占一半，蛋白質與穀類合計占一半，所以附圖中 $\overline{AB} = \overline{BC} = 16 \div 2 = 8$ (公分)

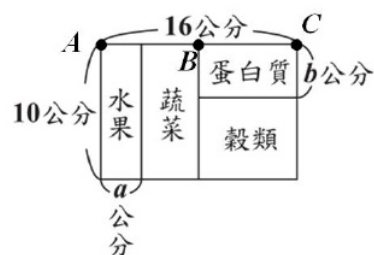
由(1)知水果與蛋白質的份量一樣多，所以 $10a = 8b \Rightarrow a = \frac{8}{10}b = \frac{4}{5}b$

如果 a 、 b 同時為正整數，則 b 須為 5 的倍數，此時 a 是 4 的倍數

但由標語①知蔬菜比水果多

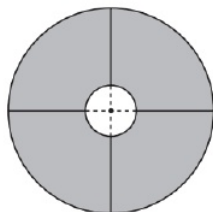
則 a 必定小於 $\frac{1}{2}\overline{AB}$ ，即 a 必定小於 4

與「 a 是 4 的倍數」產生衝突，所以 a 、 b 不可能同時為正整數

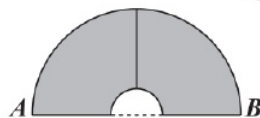


2. 某教室內的桌子皆為同一款多功能桌，4 張此款桌子可緊密拼接成中間有圓形鏤空的大圓桌，上視圖如圖(一)所示，其外圍及鏤空邊界為一大一小的同心圓，其中大圓的半徑為 80 公分，小圓的半徑為 20 公分，且任兩張相鄰桌子接縫的延長線皆通過圓心。

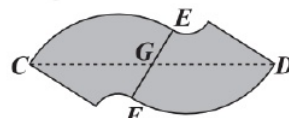
為了有效運用教室空間，老師考慮了圖(二)及圖(三)兩種拼接此款桌子的方式。



圖(一)



圖(二)



圖(三)

這兩種方式皆是將 2 張桌子的一邊完全貼合進行拼接。 A 、 B 兩點為圖(二)中距離最遠的兩個桌角， C 、 D 兩點為圖(三)中距離最遠的兩個桌角，且 $\overline{CD}$ 與 2 張桌子的接縫 $\overline{EF}$ 相交於 G 點， G 為 $\overline{EF}$ 中點。

請根據上述資訊及圖(二)、圖(三)中的標示回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋：

(1) $\overline{GF}$ 的長度為多少公分？

(2) 判斷 $\overline{CD}$ 與 $\overline{AB}$ 的長度何者較大？請說明理由。

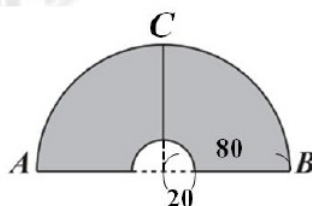
【詳解】

(1) 已知拼成同心圓時，大圓的半徑為 80 公分，小圓的半徑為 20 公分

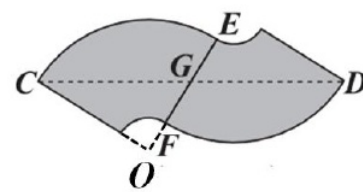
則圖(三)中， $\overline{EF} = 80 - 20 = 60$ (公分)

又知 G 為 $\overline{EF}$ 中點，

所以 $\overline{GF} = \frac{1}{2} \overline{EF} = \frac{1}{2} \times 60 = 30$ (公分)



圖(二)



圖(三)

(2) 如圖，延長 2 張桌子的接縫使其交於 O 點

因為是 4 張相同的桌子拼成大圓桌

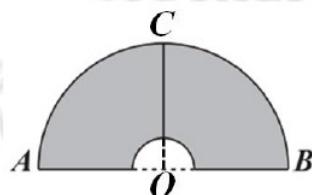
所以圖(三)中， $\angle COG = 360^\circ \div 4 = 90^\circ$

因為直角三角形中斜邊最長，

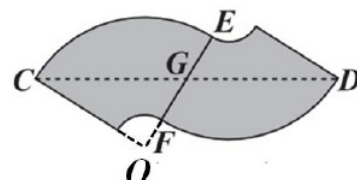
所以在直角三角形 COG 中， $\overline{CG} > \overline{CO}$

即 $\overline{CG} >$ 大圓半徑

同理可得 $\overline{GD} >$ 大圓半徑，則 $\overline{CD} = \overline{CG} + \overline{GD} >$ 大圓直徑，即 $\overline{CD} > \overline{AB}$



圖(二)



圖(三)