

第一部分：選擇題（1~25題）

1. 算式 $7^{10} \times 7^2 \div 7^4$ 之值可用下列何者表示？

- (A) 7^3 (B) 7^5 (C) 7^8 (D) 7^{16}

【答案】C

【詳解】

$$\begin{aligned} & 7^{10} \times 7^2 \div 7^4 \\ &= 7^{10+2-4} \end{aligned}$$

指數律： $a^m \times a^n = a^{m+n}$ 、 $a^m \div a^n = a^{m-n}$

$$= 7^8$$

故選(C)

2. 計算 $(5x^2 - 2x) - (4 - 3x)$ 的結果，與下列何者相同？

- (A) $5x^2 - 3x$ (B) $5x^2 + x - 4$ (C) $5x^2 - 5x + 4$ (D) $5x^2 - 5x - 4$

【答案】B

【詳解】

$$\begin{aligned} & (5x^2 - 2x) - (4 - 3x) \\ &= 5x^2 - 2x - 4 + 3x \end{aligned}$$

去括號： $-(a-b) = -a+b$

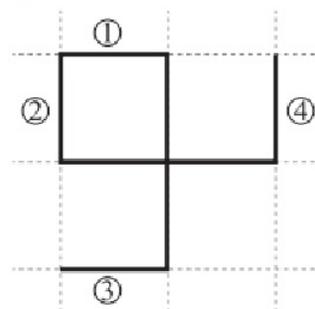
$$= 5x^2 + x - 4$$

合併同類項

故選(B)

3. 附圖方格紙格線上的八條等長線段形成一個線對稱圖形。圖中有四條線段標示上號碼，判斷擦去下列哪個選項中的兩條線段後，剩下的圖形不是線對稱圖形？

- (A) ①和②
(B) ①和③
(C) ②和③
(D) ②和④

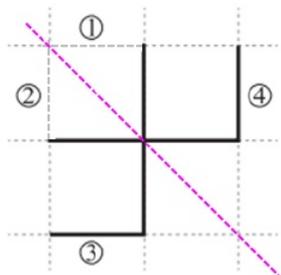


【答案】C

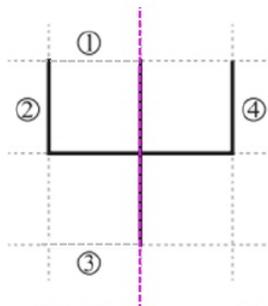
【詳解】

- 若圖形沿著一條直線對摺，直線兩側的圖形能完全疊合，則此圖形為線對稱圖形。

(A) 擦去①和②

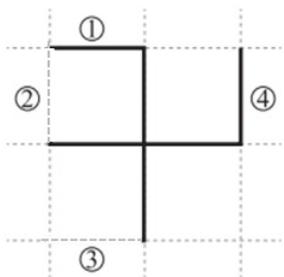


(B) 擦去①和③

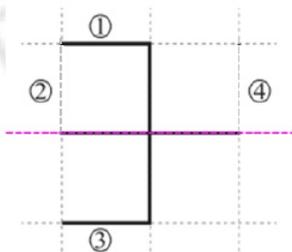


由附圖可知，剩下圖形皆能沿桃紅線對摺，使直線兩側的圖形能完全疊合 → 皆為線對稱圖形

(C) 擦去②和③



(D) 擦去②和④



擦去②和③，無論沿哪一條直線對摺，直線兩側的圖形無法完全疊合 → 不是線對稱圖形

擦去②和④，剩下圖形能沿桃紅線對摺，使直線兩側的圖形能完全疊合 → 為線對稱圖形

故選(C)

4. 若二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 37x+2y=81 \\ 23x-2y=39 \end{cases}$ 的解為 $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$ ，則 $a+2b$ 之值為何？

(A) 33

(B) 9

(C) -3

(D) -27

【答案】B

【詳解】

$$\begin{cases} 37x+2y=81 \dots\dots ① \\ 23x-2y=39 \dots\dots ② \end{cases}$$

① + ② 得 $60x = 120$ ，則 $x = 120 \div 60 = 2$

$x = 2$ 代入① 得 $37 \times 2 + 2y = 81 \rightarrow 74 + 2y = 81 \rightarrow 2y = 81 - 74 = 7 \rightarrow y = \frac{7}{2}$

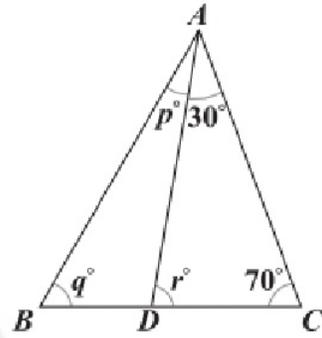
則 $a = 2$ 、 $b = \frac{7}{2}$

題目所求 $a + 2b = 2 + 2 \times \frac{7}{2} = 2 + 7 = 9$

故選(B)

5. 如圖， $\triangle ABC$ 中有 \overline{AD} ， D 點在 \overline{BC} 上。根據圖中標示的度數，求 $p+q+r$ 之值是多少？

- (A) 140
(B) 150
(C) 160
(D) 180



【答案】C

【詳解】

- ① 在 $\triangle ADC$ 中，因為三角形內角和為 180° ，所以 $30^\circ + 70^\circ + r^\circ = 180^\circ$

$$\rightarrow r = 180 - 30 - 70 = 80$$

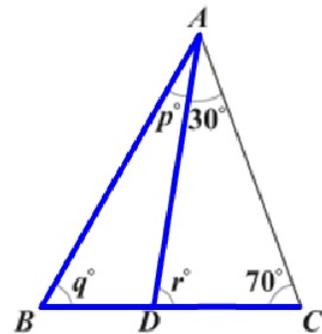
- ② $\angle ADC$ 是 $\triangle ABD$ 的外角，由外角定理可得 $\angle ADC = \angle BAD + \angle B$

$$\rightarrow r^\circ = p^\circ + q^\circ$$

$$\text{則 } p+q=r=80$$

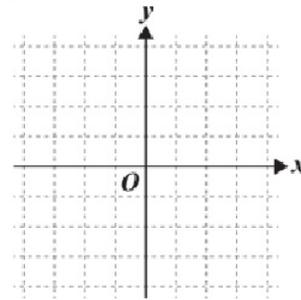
$$p+q+r=80+80=160$$

故選(C)



6. 附圖為一坐標平面，若從平面上的點 $(-1, 2)$ 出發，向下移動再向右移動，則可能移動到下列哪一點？

- (A) $(4, 1)$
(B) $(4, 3)$
(C) $(-4, 1)$
(D) $(-4, 3)$



【答案】A

【詳解】

(解法一)

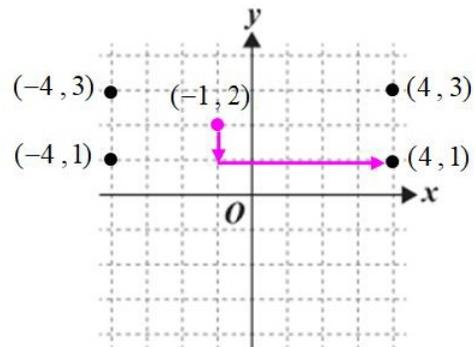
設附圖 1 小格為 1 單位

先在坐標平面上標出點 $(-1, 2)$ 及四個選項的位置

如附圖

若從平面上的點 $(-1, 2)$ 出發，向下移動再向右移動

四個選項中只可能移動到點 $(4, 1)$



(解法二)

從平面上的點 $(-1, 2)$ 出發

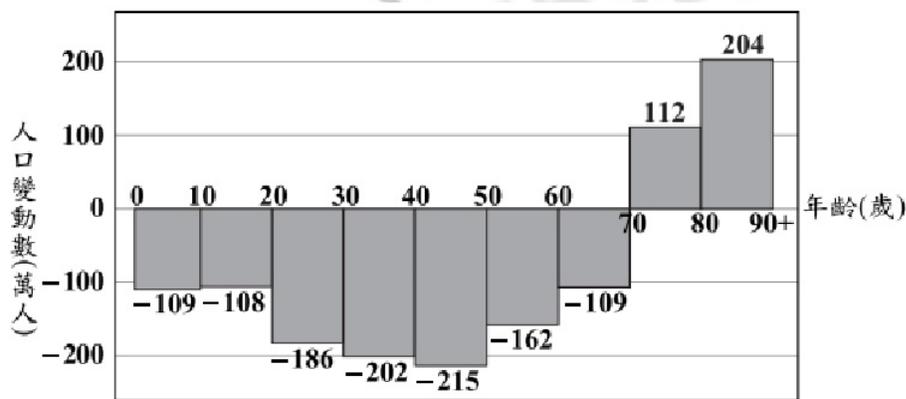
向下移動，則 y 坐標會變小 $\rightarrow y$ 坐標比 2 小 \rightarrow (B)(D)錯誤

向右移動，則 x 坐標會變大 $\rightarrow x$ 坐標比 -1 大 \rightarrow (C)錯誤

四個選項中，只有 $(4, 1)$ 有可能

故選(A)

7. 附圖為某國預估 50 年後的人口變動數直方圖，各組的數值若為正數表示該組人口 50 年後會增加，若為負數表示該組人口 50 年後會減少。根據此圖預估該國 60 歲以上的人口，50 年後會增加或減少多少人？



註：80~90+為年齡80歲以上的人口

- (A) 增加 207 萬人 (B) 增加 425 萬人 (C) 減少 109 萬人 (D) 減少 271 萬人

【答案】A

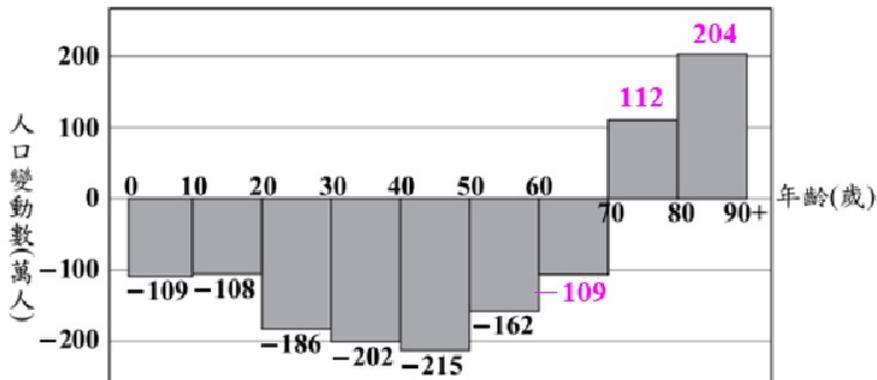
【詳解】

由圖可知 50 年後，60~70 歲人口減少 109 萬人

70~80 歲人口增加 112 萬人

80 歲以上人口增加 204 萬人

$-109 + 112 + 204 = 3 + 204 = 207$ ，則 60 歲以上人口增加 207 萬人，故選(A)



註：80~90+為年齡80歲以上的人口

8. 計算 $(2\sqrt{3} + \sqrt{6}) \times \sqrt{2}$ 的結果，與下列何者相同？

(A) $4\sqrt{3}$

(B) $6\sqrt{3}$

(C) $2\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$

(D) $4\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$

【答案】C

【詳解】

$$(2\sqrt{3} + \sqrt{6}) \times \sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} + \sqrt{6} \times \sqrt{2}$$

乘法分配律： $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$

$$= 2\sqrt{3 \times 2} + \sqrt{6 \times 2}$$

根式乘法： $a, b \geq 0, \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

$$= 2\sqrt{6} + \sqrt{12}$$

$$= 2\sqrt{6} + \sqrt{2^2 \times 3}$$

根式乘法： $a, b \geq 0, \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

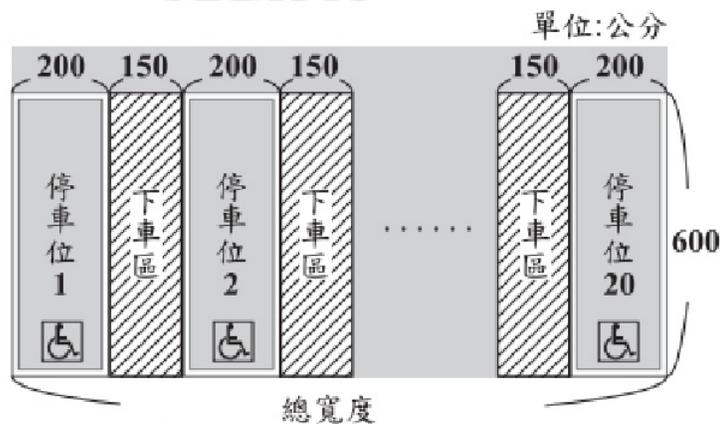
$$= 2\sqrt{6} + \sqrt{2^2} \times \sqrt{3}$$

$$= 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3}$$

$$= 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$$

故選(C)

9. 某園區想將 20 個無障礙停車位設置在出入口附近，為了符合規定，規劃每個停車位的長度為 600 公分，寬度為 200 公分，並且停車位旁需設置寬度為 150 公分的下車區，相鄰的停車位可以共用下車區。若以附圖的方式讓這些停車位相鄰，且兩個相鄰的停車位之間皆有以下車區，則圖中的停車位及下車區的總寬度是多少公分？



(A) 6850

(B) 7000

(C) 7150

(D) 7200

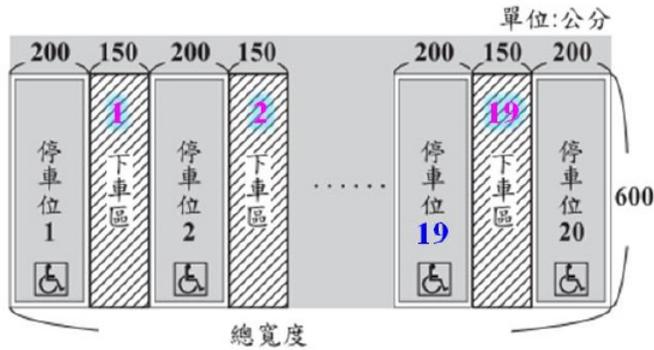
【答案】A

【詳解】

每個停車位的寬度是 200 公分

20 個停車位的寬度和是 $200 \times 20 = 4000$ 公分

按照附圖的方式規劃下車區，20 個停車位會有 $20 - 1 = 19$ 個下車區



每個下車區的寬度是 150 公分

19 個下車區的寬度和是 $150 \times 19 = 2850$ 公分

因此總寬度是 $4000 + 2850 = 6850$ 公分

故選(A)

10. 利用乘法公式判斷，下列算式之值，何者與其他不相同？

- (A) $(106^2 - 4^2) \times (108^2 - 2^2)$
- (B) $(107^2 - 3^2) \times (107^2 - 1^2)$
- (C) $(108^2 - 2^2) \times (106^2 - 2^2)$
- (D) $(109^2 - 1^2) \times (105^2 - 1^2)$

【答案】A

【詳解】

$$(A) (106^2 - 4^2) \times (108^2 - 2^2)$$

$$= (106 + 4) \times (106 - 4) \times (108 + 2) \times (108 - 2)$$

$$= 110 \times 102 \times 110 \times 106$$

平方差公式：

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$(B) (107^2 - 3^2) \times (107^2 - 1^2)$$

$$= (107 + 3) \times (107 - 3) \times (107 + 1) \times (107 - 1)$$

$$= 110 \times 104 \times 108 \times 106$$

平方差公式：

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$(C) (108^2 - 2^2) \times (106^2 - 2^2)$$

$$= (108 + 2) \times (108 - 2) \times (106 + 2) \times (106 - 2)$$

$$= 110 \times 106 \times 108 \times 104$$

平方差公式：

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$(D) (109^2 - 1^2) \times (105^2 - 1^2)$$

$$= (109 + 1) \times (109 - 1) \times (105 + 1) \times (105 - 1)$$

$$= 110 \times 108 \times 106 \times 104$$

平方差公式：

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

(B)(C)(D)算式之值皆為 104、106、108、110 的乘積，故選(A)

11. 阿嘉和小楊都有 5 張分別標示數字 1、2、3、4、5 的紙牌，附圖表示兩人的牌中皆有三張牌被自己蓋住的情形。今兩人打算從自己蓋住的紙牌中翻開一張牌，若阿嘉蓋住的牌中每張牌被翻開的機會相等，小楊蓋住的牌中每張牌被翻開的機會相等，則比較兩人翻開的那張牌上的數字，阿嘉比小楊大的機率為何？

- (A) $\frac{1}{3}$
 (B) $\frac{2}{3}$
 (C) $\frac{1}{9}$
 (D) $\frac{2}{9}$



【答案】B

【詳解】

每人都有 5 張分別標示數字 1、2、3、4、5 的紙牌

阿嘉已翻開 1、3，小楊已翻開 2、5

則阿嘉三張蓋住的牌上的數字分別是 2、4、5

小楊三張蓋住的牌上的數字分別是 1、3、4

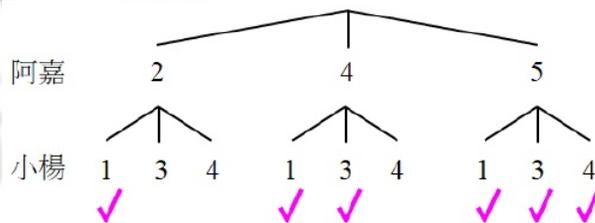
以樹狀圖呈現兩人接下來翻開的紙牌情況

如附圖

一共有 9 種情況，其中阿嘉比小楊大的有 6 種情況

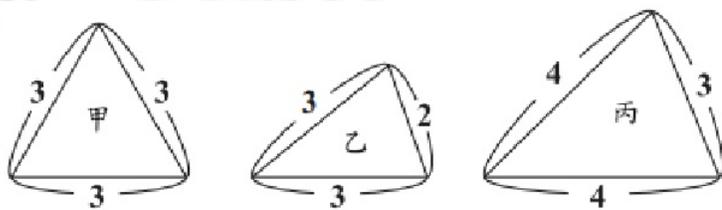
阿嘉比小楊大的機率為 $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

故選(B)



12. 有甲、乙、丙三種三角形木片，其邊長如附圖所示，阿林、小博打算利用這三種木片各自組合成一個正三角錐。首先兩人皆選一片甲當作底面，接著阿林選三片乙當作側面，小博選三片丙當作側面，關於兩人選的木片能不能組合成一個正三角錐，下列判斷何者正確？

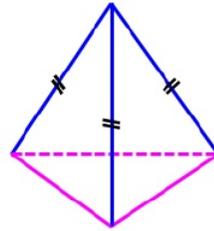
- (A) 兩人皆能
 (B) 兩人皆不能
 (C) 阿林能，小博不能
 (D) 阿林不能，小博能



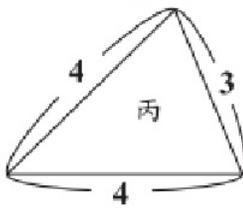
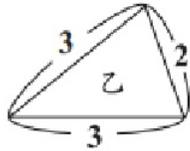
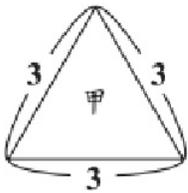
【答案】D

【詳解】

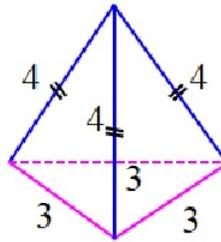
- 正三角錐的底面為正三角形，側面為等腰三角形，且等腰三角形的底邊與底面的邊等長。



- 甲是邊長 3 的正三角形，阿林選三片乙當作側面
雖然乙是等腰三角形，但其底邊長度為 2
與底面正三角形的邊長不同，因此阿林不能組合正三角錐



- 小博選三片丙當作側面
丙是等腰三角形，且底邊長度為 3
與底面正三角形的邊長相同
因此小博能組合正三角錐



故選(D)

13. 已知甲方程式為 $(x-4)^2 = 9$ ，乙方程式為 $(x+9)^2 = -4$ 。關於甲、乙兩方程式的解的情形，下列敘述何者正確？

- 甲有兩個相異的解，乙無解
- 甲有兩個相異的解，乙有兩個相異的解
- 甲有兩個相同的解，乙無解
- 甲有兩個相同的解，乙有兩個相異的解

【答案】A

【詳解】

$$\text{甲：}(x-4)^2 = 9$$

$$\rightarrow x-4 = \pm 3 \rightarrow x = 4 \pm 3 \rightarrow x = 7 \text{ 或 } 1$$

方程式有兩個相異的解

$$\text{乙：}(x+9)^2 = -4$$

因為平方必定大於或等於 0，不會小於 0

所以找不到符合的 x 代入方程式之後能等於 -4 ，即方程式無解

故選(A)

14. 附圖為貝可咖啡店的菜單，店家今日準備了 120 杯咖啡和 100 個三明治販售。若今日準備的餐點全部售出且收入共為 8700 元，則售出早餐組合的收入在下列哪一個範圍？

- (A) 4300~4399 元
- (B) 4400~4499 元
- (C) 4500~4599 元
- (D) 4600~4699 元

咖啡	50元/杯
三明治	40元/個
早餐組合 (一杯咖啡加一個三明治)	70元/組

【答案】C

【詳解】

- ① 根據菜單，可知顧客可以單點咖啡或三明治也能購買早餐組合(一杯咖啡加一個三明治)
設賣出 x 組早餐組合
早餐組合每組 70 元，則早餐組合的收入是 $70x$ 元
- ② 店家今日準備了 120 杯咖啡和 100 個三明治販售，全部售出
前面假設賣出 x 組早餐組合(會賣出 x 杯咖啡及 x 個三明治)
則單點的咖啡有 $(120-x)$ 杯，單點的三明治有 $(100-x)$ 個
單點時一杯咖啡 50 元，一個三明治 40 元
單點部分的收入是 $50(120-x) + 40(100-x)$ 元
由收入共為 8700 元
可列出 $70x + 50(120-x) + 40(100-x) = 8700$

咖啡	50元/杯
三明治	40元/個
早餐組合 (一杯咖啡加一個三明治)	70元/組

③ 解方程式

$$70x + 50(120-x) + 40(100-x) = 8700$$

$$\rightarrow 70x + 6000 - 50x + 4000 - 40x = 8700$$

$$\rightarrow 70x - 50x - 40x = 8700 - 6000 - 4000$$

$$\rightarrow -20x = -1300$$

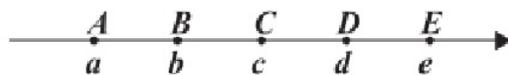
$$\rightarrow x = 65$$

早餐組合的收入是 $70 \times 65 = 4550$ 元，在範圍 4500~4599 元之中

故選(C)

15. 如附圖，數線上由左至右有 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$ 、 $D(d)$ 、 $E(e)$ 五點，且 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 。若原點在 \overline{AE} 上，且 $|a| + |b| = |e|$ ，則下列關於原點位置的敘述，何者正確？

(A) 在 \overline{BC} 上且較接近 B 點



(B) 在 \overline{BC} 上且較接近 C 點

(C) 在 \overline{CD} 上且較接近 C 點

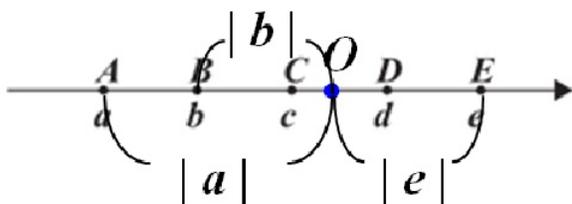
(D) 在 \overline{CD} 上且較接近 D 點

【答案】B

【詳解】

① $|a|$ 代表 A 到原點距離、 $|b|$ 代表 B 到原點距離、 $|e|$ 代表 E 到原點距離

如果原點 O 在 \overline{CD} 上，由圖可知 $|a| > |e|$

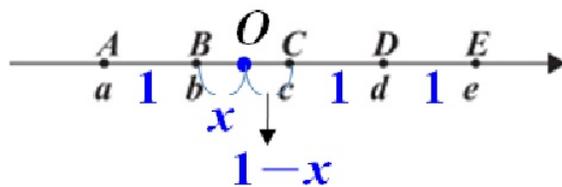


則 $|a| + |b| \neq |e|$

即原點 O 在 \overline{CD} 上會與題目條件有衝突，故原點 O 不在 \overline{CD} 上

② 原點 O 在 \overline{BC} 上

設 $\overline{BO} = x$ ， $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = 1$ ，則 $\overline{OC} = 1 - x$



因為 $|a| + |b| = |e|$ ，所以 $\overline{AO} + \overline{BO} = \overline{EO}$

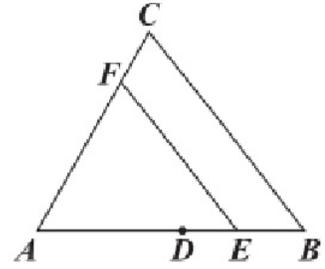
可列出 $(1+x) + x = (1-x) + 1 + 1 \rightarrow 1 + 2x = 3 - x \rightarrow 3x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{3}$

則 $\overline{BO} = \frac{2}{3}$ 、 $\overline{OC} = \frac{1}{3}$ ，因為 $\overline{BO} > \overline{OC}$ ，所以原點 O 較接近 C 點

故選(B)

16. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 點為 \overline{AB} 的中點， E 點在 \overline{AB} 上， F 點在 \overline{AC} 上，且 $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 。若 $\overline{AF} = 7$ ， $\overline{FC} = 3$ ，則下列敘述何者正確？

- (A) $\overline{DE} > \overline{EB}$ ， \overline{DF} 與 \overline{EC} 平行
 (B) $\overline{DE} > \overline{EB}$ ， \overline{DF} 與 \overline{EC} 不平行
 (C) $\overline{DE} < \overline{EB}$ ， \overline{DF} 與 \overline{EC} 平行
 (D) $\overline{DE} < \overline{EB}$ ， \overline{DF} 與 \overline{EC} 不平行



【答案】D

【詳解】

① $\triangle ABC$ 中， $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$

由平行線截比例線段性質可知 $\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{AF} : \overline{FC} = 7 : 3$

可設 $\overline{AE} = 7x$ 、 $\overline{EB} = 3x$

題目已知 D 點為 \overline{AB} 的中點

則 $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times (7x + 3x) = 5x$

→ $\overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD} = 7x - 5x = 2x$

由 $\overline{DE} = 2x$ 、 $\overline{EB} = 3x$ 可知 $\overline{DE} < \overline{EB}$

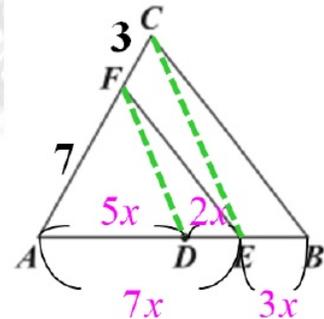
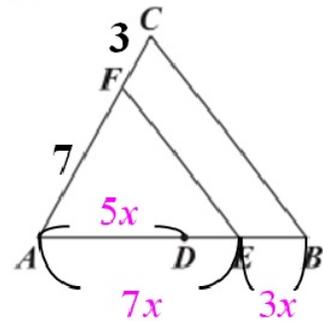
② 連接 \overline{DF} 、 \overline{EC}

$\triangle AEC$ 中，

因為 $\overline{AD} : \overline{DE} = 5x : 2x = 5 : 2$ 與 $\overline{AF} : \overline{FC} (7 : 3)$ 不相等

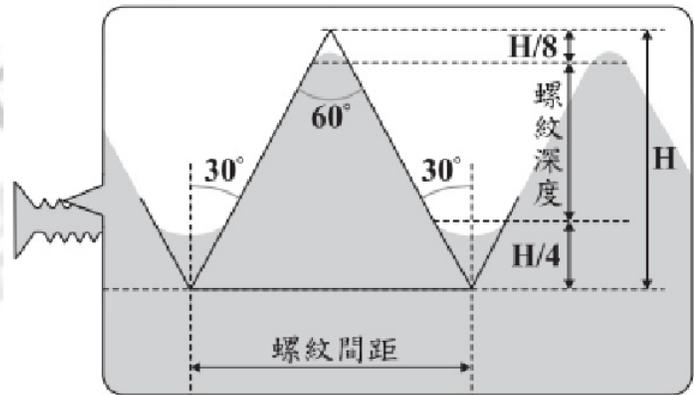
所以 \overline{DF} 與 \overline{EC} 不平行

故選(D)



17. 附圖是某種螺絲釘上螺紋的示意圖，圖中的虛線皆為水平線或鉛垂線，圖上標示出角度，也標示出水平線間或鉛垂線間的距離。根據圖中的標示，判斷此種螺絲釘的螺紋深度是螺紋間距的多少倍？

- (A) $\frac{5}{8}$
 (B) $\frac{5}{16}$
 (C) $\frac{5\sqrt{3}}{8}$
 (D) $\frac{5\sqrt{3}}{16}$



【答案】D

【詳解】

①由圖可知螺紋深度 = $H - \frac{H}{8} - \frac{H}{4} = \frac{8H}{8} - \frac{H}{8} - \frac{2H}{8} = \frac{5H}{8}$

接下來設法求出螺紋間距與 H 之間的關係

即可計算出螺紋深度是螺紋間距的多少倍

②如附圖，已知圖中的虛線皆為水平線或鉛垂線

則 $\angle ABC = \angle ACB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

因為 $\triangle ABC$ 三個內角皆為 60°

所以 $\triangle ABC$ 是正三角形

作 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D ，則正三角形的高 $\overline{AD} = H$

且 $\overline{CD} : \overline{AD} = 1 : \sqrt{3}$ ($\triangle ACD$ 是 30° 、 60° 、 90° 的直角三角形)

$\rightarrow \overline{AD} = \sqrt{3} \times \overline{CD}$

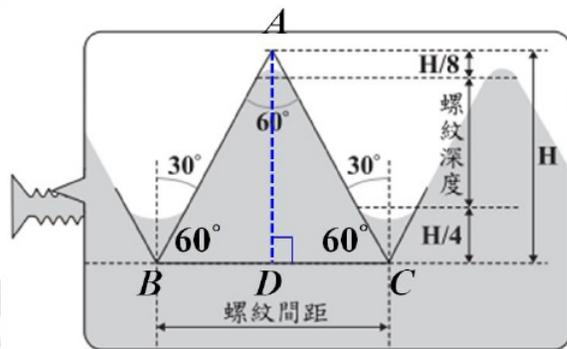
$\rightarrow H = \sqrt{3} \times \overline{CD} \rightarrow \overline{CD} = \frac{H}{\sqrt{3}}$

$\overline{BC} = 2\overline{CD} = 2 \times \frac{H}{\sqrt{3}} = \frac{2H}{\sqrt{3}}$ ，即螺紋間距 = $\frac{2H}{\sqrt{3}}$

由①得螺紋深度 = $\frac{5H}{8}$

螺紋深度是螺紋間距的 $\frac{5H}{8} \div \frac{2H}{\sqrt{3}} = \frac{5H}{8} \times \frac{\sqrt{3}}{2H} = \frac{5\sqrt{3}}{16}$ 倍

故選(D)



18. 已知 a 、 b 、 c 皆為正整數，且 a 、 b 兩數的最大公因數與最小公倍數分別為 11 與 88。關於 a 、 b 、 c 三數的最大公因數與最小公倍數，甲、乙兩人分別提出看法如下：

甲： a 、 b 、 c 三數的最大公因數可能比 11 大

乙： a 、 b 、 c 三數的最小公倍數可能比 88 小

對於甲、乙兩人的看法，下列判斷何者正確？

- (A) 甲、乙皆正確 (B) 甲、乙皆錯誤 (C) 甲正確，乙錯誤 (D) 甲錯誤，乙正確

【答案】B

【詳解】

(解法一)

① a 、 b 、 c 三數的最大公因數 = (a, b) 、 c 的最大公因數 = 11、 c 的最大公因數

其值一定小於或等於 11，即 a 、 b 、 c 三數的最大公因數不可能比 11 大，甲說法錯誤

② a 、 b 、 c 三數的最小公倍數 = $[a, b]$ 、 c 的最小公倍數 = 88、 c 的最小公倍數

其值一定大於或等於 88，即 a 、 b 、 c 三數的最小公倍數不可能比 88 小，乙說法錯誤

(解法二)

① a 、 b 、 c 三數的最大公因數能整除 a ，也能整除 b

如果三數的最大公因數比 11 大

即存在一個比 11 大的數能同時整除 a 、 b

→ a 、 b 兩數的最大公因數就會比 11 大

→ a 、 b 兩數的最大公因數就不可能是 11，與題目條件有衝突

因此 a 、 b 、 c 三數的最大公因數不可能比 11 大，甲說法錯誤

② a 、 b 、 c 三數的最小公倍數能被 a 整除，也能被 b 整除

如果三數的最小公倍數比 88 小

即存在一個比 88 小的數能同時被 a 、 b 整除

→ a 、 b 兩數的最小公倍數就會比 88 小

→ a 、 b 兩數的最小公倍數就不可能是 88，與題目條件有衝突

因此 a 、 b 、 c 三數的最小公倍數不可能比 88 小，乙說法錯誤

故選(B)

19. 附圖為金銀河影城的價目表。某社團 16 人去此影城

看電影，打算以比賽獎金 6000 元購買電影票、爆米花與飲料。若要讓每人拿到一張電影票和一杯飲料，則最多可買多少盒爆米花？

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 6

電影票	爆米花	飲料
320元/張	80元/盒	50元/杯
※每張電影票能使用下列其中一種優惠。		
優惠一 飲料一杯 35元	優惠二 爆米花一盒 + 飲料一杯 90元	

【答案】C

【詳解】

- 題目要求每人要拿到一張電影票和一杯飲料，並在不超過獎金 6000 元的情況下，要買最多的爆米花。

每張電影票都能使用一種優惠，優惠一及優惠二都有飲料，但只有優惠二有爆米花，所以使用優惠二的人越多越好，才能買最多盒的爆米花。

社團 16 人，設使用優惠二的有 x 人，則使用優惠一的有 $(16-x)$ 人

電影票每張是 320 元

使用優惠二每人要付 $320+90=410$ 元

使用優惠一每人要付 $320+35=355$ 元

因為不能超過獎金 6000 元

所以可列出不等式為

$$410x + 355(16-x) \leq 6000$$

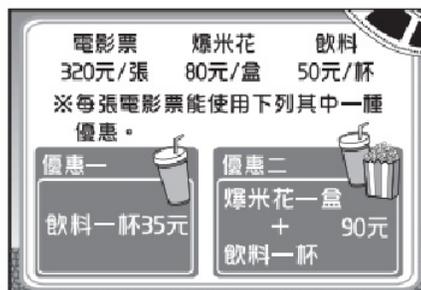
$$\rightarrow 410x + 5680 - 355x \leq 6000$$

$$\rightarrow 410x - 355x \leq 6000 - 5680$$

$$\rightarrow 55x \leq 320 \rightarrow x \leq \frac{320}{55} = 5.818 \dots$$

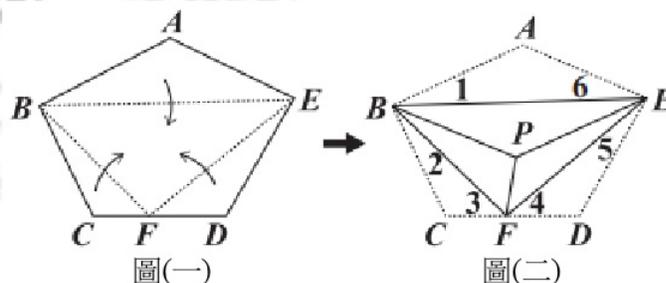
最多 5 人使用優惠二，因此最多有 5 盒爆米花

故選(C)



20. 圖(一)為一張五邊形紙片 $ABCDE$ ， F 點在 \overline{CD} 上，且以 \overline{BE} 、 \overline{BF} 、 \overline{FE} 為摺線將紙片向內摺至同一平面後， A 、 C 、 D 恰重疊在同一點 P ，如圖(二)所示。若 $\overline{BE} > \overline{FE} > \overline{BF}$ ，則根據圖(二)中標示的角，判斷下列敘述何者正確？

- (A) $\angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$ ， $\angle 1 + \angle 2 > \angle 5 + \angle 6$
- (B) $\angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$ ， $\angle 1 + \angle 2 < \angle 5 + \angle 6$
- (C) $\angle 3 + \angle 4 \neq 90^\circ$ ， $\angle 1 + \angle 2 > \angle 5 + \angle 6$
- (D) $\angle 3 + \angle 4 \neq 90^\circ$ ， $\angle 1 + \angle 2 < \angle 5 + \angle 6$



【答案】A

【詳解】

①如圖，因為摺疊時重疊的角一樣大，

所以 $\angle 1 = \angle 7$ 、 $\angle 2 = \angle 8$ 、 $\angle 3 = \angle 9$ 、 $\angle 4 = \angle 10$ 、 $\angle 5 = \angle 11$ 、 $\angle 6 = \angle 12$

注意到 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle 9$ 、 $\angle 10$ 組成平角，所以 $\angle 3 + \angle 4 + \angle 9 + \angle 10 = 180^\circ$

因為 $\angle 3 = \angle 9$ 、 $\angle 4 = \angle 10$ ，所以可得 $2\angle 3 + 2\angle 4 = 180^\circ \rightarrow \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$

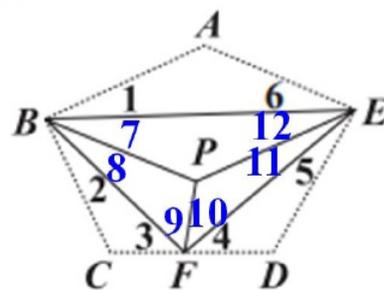
②題目已知 $\overline{BE} > \overline{FE} > \overline{BF}$

根據大邊對大角，可知 $\angle BFE > \angle FBE > \angle BEF$

$$\rightarrow \angle 9 + \angle 10 > \angle 7 + \angle 8 > \angle 11 + \angle 12$$

$$\rightarrow \angle 3 + \angle 4 > \angle 1 + \angle 2 > \angle 5 + \angle 6$$

故選(A)



21. 坐標平面上有二次函數 $y = -(x+7)^2 + 12$ 的圖形，今將此圖形向右平移 10 單位，平移過程中此圖形與 y 軸的交點也會跟著變化。假設此圖形與 y 軸的交點為 P ，判斷在平移過程中， P 點位置的變化情形為下列何者？

- (A) 持續向下 (B) 持續向上 (C) 先向下再向上 (D) 先向上再向下

【答案】D

【詳解】

● 先畫出 $y = -(x+7)^2 + 12$ 的圖形，再觀察向右平移 10 單位的過程中， y 軸交點的位置變化。

① $y = -(x+7)^2 + 12$ 的頂點為 $(-7, 12)$

因為二次項係數為 -1 ，小於 0

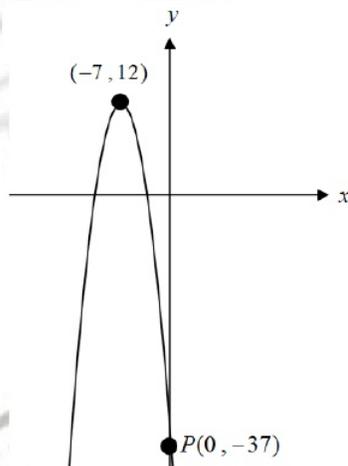
所以圖形開口向下

將 $x = 0$ 代入 $y = -(x+7)^2 + 12$

得 $y = -(0+7)^2 + 12 = -49 + 12 = -37$

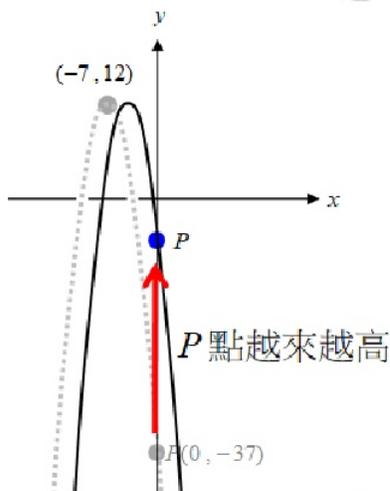
與 y 軸交於 $(0, -37)$

$y = -(x+7)^2 + 12$ 的圖形如附圖(示意圖)

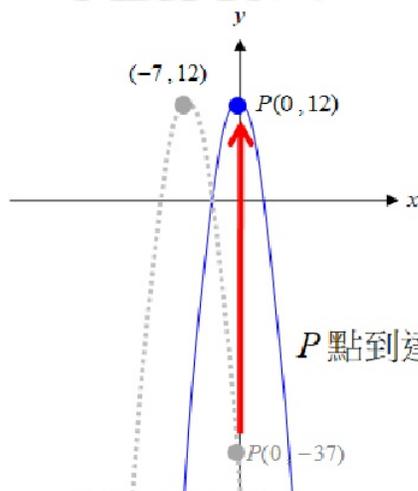


② 將 $y = -(x+7)^2 + 12$ 的圖形向右移動，由圖可以看出交點 P 的位置越來越高

當頂點 $(-7, 12)$ 向右平移 7 單位到 $(0, 12)$ 時，交點 P 到達圖形的最高點 $(0, 12)$



P 點越來越高



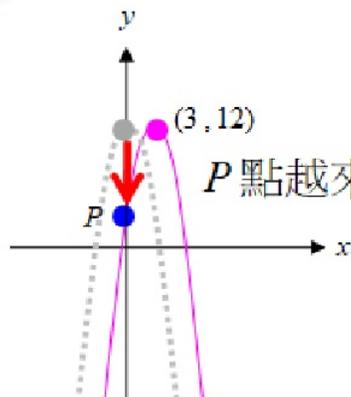
P 點到達最高

③ 再繼續向右平移 $10 - 7 = 3$ 單位，最後頂點移到 $(3, 12)$ ，

在這過程中，由圖可以看出交點 P 的位置越來越低

綜合上述， P 點位置先向上再向下

故選(D)

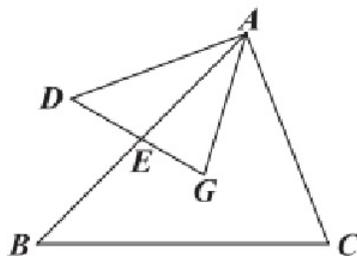


P 點越來越低

22. 如圖， $\triangle ADG$ 的頂點 G 為 $\triangle ABC$ 的重心， \overline{DG} 與 \overline{AB} 相交於 E 點。

若 $\overline{DE}:\overline{EG}=3:2$ ， $\overline{AE}:\overline{EB}=3:4$ ，則 $\triangle ADG$ 面積為 $\triangle ABC$ 面積的多少倍？

- (A) $\frac{5}{12}$
 (B) $\frac{5}{14}$
 (C) $\frac{5}{15}$
 (D) $\frac{5}{21}$



【答案】B

【詳解】

① 題目要求 $\triangle ADG$ 面積為 $\triangle ABC$ 面積的多少倍

由 $\overline{DE}:\overline{EG}=3:2$ ，可設 $\triangle ADE$ 面積 $=3a$ 、 $\triangle AEG$ 面積 $=2a$ (等高三三角形面積比等於底邊比)

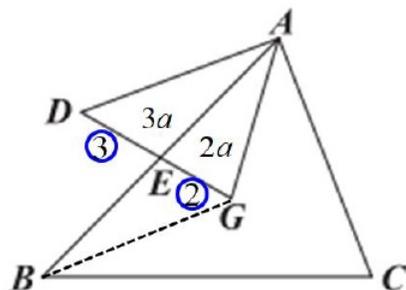
則 $\triangle ADG$ 面積 $=3a+2a=5a$

② 題目已知 G 為 $\triangle ABC$ 的重心

因為三角形重心與三頂點的連線會將三角形面積三等分
 所以可想到連接 \overline{BG} ， $\triangle ABG$ 面積是 $\frac{1}{3}$ $\triangle ABC$ 面積

如果能找出 $\triangle BEG$ 面積是多少 a

即可求出 $\triangle ABG$ 面積，進而求出 $\triangle ABC$ 面積，也就能求出題目所求的面積關係



③ 題目已知 $\overline{AE}:\overline{EB}=3:4$

因為 $\triangle AEG$ 與 $\triangle BEG$ 是等高三三角形

所以 $\triangle AEG$ 面積： $\triangle BEG$ 面積 $=\overline{AE}:\overline{EB}=3:4$

→ $2a:\triangle BEG$ 面積 $=3:4$ → $\triangle BEG$ 面積 $\times 3=8a$

→ $\triangle BEG$ 面積 $=\frac{8a}{3}$

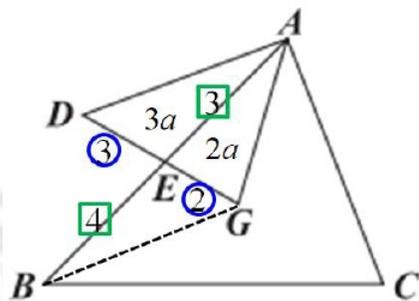
則 $\triangle ABG$ 面積 $=\triangle AEG$ 面積 $+\triangle BEG$ 面積 $=2a+\frac{8a}{3}=\frac{14a}{3}$

④ 由②知 $\triangle ABG$ 面積是 $\frac{1}{3}$ $\triangle ABC$ 面積

則 $\triangle ABC$ 面積 $=\triangle ABG$ 面積 $\times 3=\frac{14a}{3}\times 3=14a$

$\triangle ADG$ 面積為 $\triangle ABC$ 面積的 $\frac{5a}{14a}=\frac{5}{14}$ 倍

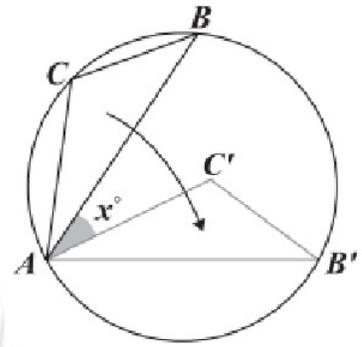
故選(B)



23. 如圖， $\triangle ABC$ 的三個頂點都在一圓上，固定 A 點將 $\triangle ABC$ 依順時針方向旋轉，旋轉後的三角形為 $\triangle AB'C'$ ，且 B' 會落在同一圓上，其中 \overline{AB} 與 $\overline{AC'}$ 的夾角為 x° 。

若 $\widehat{BC} = 54^\circ$ ， $\widehat{CA} = 62^\circ$ ，則 x 值為何？

- (A) 27
 (B) 31
 (C) 32
 (D) 37



【答案】D

【詳解】

① 因為旋轉前、後的三角形必定全等

所以 $\overline{AB'} = \overline{AB}$

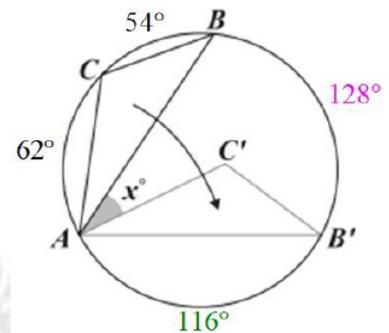
根據等弦對等弧，可得 $\widehat{AB'} = \widehat{AB} = \widehat{AC} + \widehat{BC} = 62^\circ + 54^\circ = 116^\circ$

則 $\widehat{BB'} = 360^\circ - 62^\circ - 54^\circ - 116^\circ = 128^\circ$

根據圓周角的度數等於所對弧度數的一半

可得 $\angle BAB' = \frac{1}{2}\widehat{BB'} = \frac{1}{2} \times 128^\circ = 64^\circ$

只要再求出 $\angle C'AB'$ 的度數，即可求出 x



② 已知 $\widehat{BC} = 54^\circ$

根據圓周角的度數等於所對弧度數的一半

可得 $\angle CAB = \frac{1}{2}\widehat{BC} = \frac{1}{2} \times 54^\circ = 27^\circ$

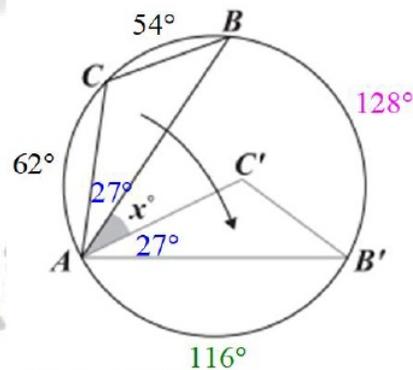
→ $\angle C'AB' = \angle CAB = 27^\circ$

因此 $x^\circ = \angle BAB' - \angle C'AB'$

$$= 64^\circ - 27^\circ$$

$$= 37^\circ$$

故選(D)



請閱讀下列選文後，回答 24~25 題

小桃買了一輛變速自行車，在騎乘時可以切換不同的前齒輪齒數與後齒輪齒數的組合來適應各種坡度。已知這輛自行車的前齒輪有 3 種齒數，後齒輪有 6 種齒數，如附表所示，前齒輪齒數與後齒輪齒數的組合有 $3 \times 6 = 18$ 種，因此這輛自行車稱為 18 段變速自行車。

前齒輪	22 齒、33 齒、44 齒
後齒輪	14 齒、16 齒、18 齒、21 齒、24 齒、28 齒

已知，齒輪比 = $\frac{\text{前齒輪齒數}}{\text{後齒輪齒數}}$ ，它代表前齒輪轉動一圈會帶動後齒輪轉動多少圈，齒輪比越大，自行車踩起來越費力。

24. 小桃騎乘該自行車時，原本使用的前齒輪為 33 齒，後齒輪為 21 齒。根據上文，他從原本的前後齒輪組合切換成下列四種組合中的哪一種後，踩起來最費力？

- (A) 前齒輪不變，後齒輪切換為 18 齒
- (B) 前齒輪不變，後齒輪切換為 24 齒
- (C) 前齒輪切換為 22 齒，後齒輪不變
- (D) 前齒輪切換為 44 齒，後齒輪不變

【答案】D

【詳解】

- 齒輪比越大，自行車踩起來越費力，故分別計算四個選項的齒輪比，找出最大值，即可知道哪一種組合踩起來最費力。

原本使用的前齒輪為 33 齒，後齒輪為 21 齒

	切換方式	前齒輪	後齒輪	齒輪比 = $\frac{\text{前齒輪齒數}}{\text{後齒輪齒數}}$
A	前齒輪不變， 後齒輪切換為 18 齒	33	18	$\frac{33}{18} = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$
B	前齒輪不變， 後齒輪切換為 24 齒	33	24	$\frac{33}{24} = \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$
C	前齒輪切換為 22 齒， 後齒輪不變	22	21	$\frac{22}{21} = 1\frac{1}{21}$
D	前齒輪切換為 44 齒， 後齒輪不變	44	21	$\frac{44}{21} = 2\frac{2}{21}$

因為 $2\frac{2}{21}$ 比 $1\frac{5}{6}$ 、 $1\frac{3}{8}$ 、 $1\frac{1}{21}$ 都大，所以前齒輪切換為 44 齒，後齒輪不變時最費力

故選(D)

25. 即使是不同的前齒輪齒數與後齒輪齒數的組合，仍可能產生相同的齒輪比，因此小桃這輛 18 段變速自行車實際上只能夠產生 14 種不同的齒輪比。根據上文，判斷這輛自行車切換前齒輪齒數與後齒輪齒數的組合時，下列哪一個齒輪比有最多種組合？

(A) $\frac{11}{6}$

(B) $\frac{11}{7}$

(C) $\frac{11}{8}$

(D) $\frac{11}{9}$

【答案】B

【詳解】

• 注意到四個選項的分子皆為 11，

且前齒輪齒數 22、33、44 皆為 11 的倍數，

所以利用擴分，找出前齒輪齒數是 22 齒、33 齒、44 齒的時候，

對應的後齒輪齒數是多少，即可判斷出該齒輪比有多少種組合。

前齒輪	22 齒、33 齒、44 齒
後齒輪	14 齒、16 齒、18 齒、21 齒、24 齒、28 齒

(A) $\frac{11}{6} = \frac{22}{12} = \frac{33}{18} = \frac{44}{24} = \frac{\text{前齒輪齒數}}{\text{後齒輪齒數}}$

後齒輪齒數有 18 齒、24 齒，沒有 12 齒 → 有 2 種組合

(B) $\frac{11}{7} = \frac{22}{14} = \frac{33}{21} = \frac{44}{28} = \frac{\text{前齒輪齒數}}{\text{後齒輪齒數}}$

後齒輪齒數有 14 齒、21 齒、28 齒 → 有 3 種組合

(C) $\frac{11}{8} = \frac{22}{16} = \frac{33}{24} = \frac{44}{32} = \frac{\text{前齒輪齒數}}{\text{後齒輪齒數}}$

後齒輪齒數有 16 齒、24 齒，沒有 32 齒 → 有 2 種組合

(D) $\frac{11}{9} = \frac{22}{18} = \frac{33}{27} = \frac{44}{36} = \frac{\text{前齒輪齒數}}{\text{後齒輪齒數}}$

後齒輪齒數有 18 齒，沒有 27 齒、36 齒 → 有 1 種組合

所以(B)有最多組合

故選(B)

第二部分：非選擇題（1~2題）

1. 某民調公司訪問 A 市的成年民眾對於某項政策的態度，並依年齡分成 3 組。因受訪者的年齡分布與全體成年人口的年齡分布有落差，於是利用「調整倍率」讓調整後的結果更接近全體的民意，如附表所示。

組別	人口占比	調查比率	調整倍率	調整前		調整後	
				贊成	反對	贊成	反對
18~39歲組	40%	20%	2	8%	12%	16%	24%
40~59歲組	40%	40%
60歲以上組	20%	40%
總計	100%	100%		56%	44%	49%	51%

其中，

$$\text{人口占比} = \frac{\text{該組人口總數}}{\text{全體成年人口總數}} \times 100\%$$

$$\text{調查比率} = \frac{\text{該組受訪者數}}{\text{所有受訪者數}} \times 100\%$$

$$\text{調整倍率} = \frac{\text{該組人口占比}}{\text{該組調查比率}}$$

$$\text{調整前贊成(反對)的比率} = \frac{\text{該組受訪者中贊成(反對)人數}}{\text{所有受訪者數}} \times 100\%$$

$$\text{調整後贊成(反對)的比率} = \text{該組調整前贊成(反對)的比率} \times \text{調整倍率}$$

附表中，全體成年人口有 40% 為 18~39 歲組，但受訪者中只有 20% 為 18~39 歲組，算出調整倍率為 2。因此，分別將贊成與反對的比率 8%、12% 乘以 2，變成 16%、24%。整體結果調整前為贊成大於反對，調整後卻變成反對大於贊成。

請根據上述資訊回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋：

(1) 計算 60 歲以上組的調整倍率為何？

(2) 求 40~59 歲組與 60 歲以上組的調整前贊成比率分別為何？

【詳解】

$$(1) \text{因為調整倍率} = \frac{\text{該組人口占比}}{\text{該組調查比率}}$$

而 60 歲以上組人口占比為 20%，調查比率為 40%

$$\text{所以 60 歲以上組的調整倍率為 } \frac{20\%}{40\%} = \frac{1}{2} = 0.5$$

組別	人口占比	調查比率	調整倍率
18~39 歲組	40%	20%	2
40~59 歲組	40%	40%	
60 歲以上組	20%	40%	
總計	100%	100%	

(2)第 1 題已計算出 60 歲以上組的調整倍率為 0.5

$$\text{同樣利用調整倍率} = \frac{\text{該組人口占比}}{\text{該組調查比率}}$$

$$\text{可計算出 40~59 歲組的調整倍率為 } \frac{40\%}{40\%} = 1$$

組別	人口占比	調查比率	調整倍率
18~39 歲組	40%	20%	2
40~59 歲組	40%	40%	
60 歲以上組	20%	40%	0.5
總計	100%	100%	

設 40~59 歲組調整前，贊成比率為 $x\%$

因為調整前，贊成比率總計為 56%

所以 60 歲以上組調整前，贊成比率為 $56\% - 8\% - x\% = (48 - x)\%$

因為 40~59 歲組的調整倍率為 1

所以調整後贊成比率 = 調整前贊成比率 = $x\%$

因為 60 歲以上組的調整倍率為 0.5

所以調整後贊成比率 = $0.5 \times$ 調整前贊成比率 = $0.5(48 - x)\%$

組別	人口占比	調查比率	調整倍率	調整前		調整後	
				贊成	反對	贊成	反對
18~39 歲組	40%	20%	2	8%	12%	16%	24%
40~59 歲組	40%	40%	1	$x\%$		$x\%$	
60 歲以上組	20%	40%	0.5	$(48 - x)\%$		$0.5(48 - x)\%$	
總計	100%	100%		56%	44%	49%	51%

由表格知調整後贊成比率總計是 49%

可列出 $16\% + x\% + 0.5(48 - x)\% = 49\%$

$$\rightarrow 16 + x + 24 - 0.5x = 49$$

$$\rightarrow 0.5x = 9$$

$$\rightarrow x = 18$$

40~59 歲組的調整前贊成比率為 18%

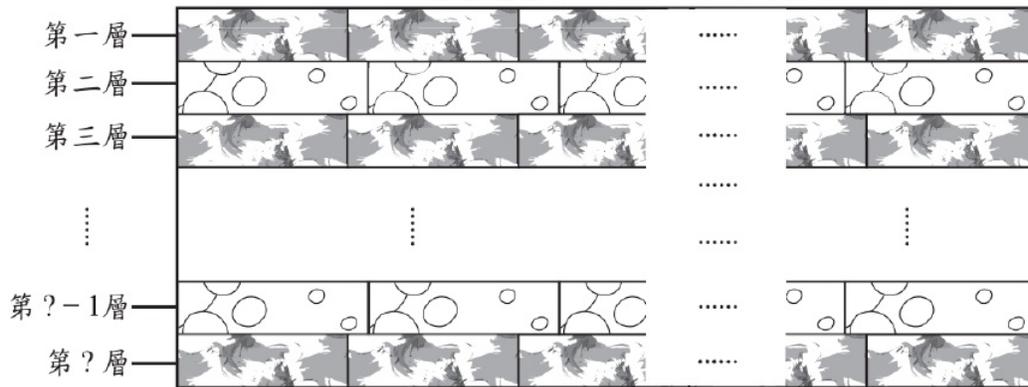
60 歲以上組的調整前贊成比率為 $(48 - 18)\% = 30\%$

2. 商店中販賣一款包含 A 、 B 兩種圖案的藝術紙片組合包，形狀分別為 16 公分 \times 5 公分、18 公分 \times 5 公分的長方形，如圖(一)所示。



圖(一)

小燦打算在不裁切紙片的情況下，將這兩種藝術紙片以緊密相鄰的方式貼成圖(二)的長方形，其中奇數層為 A 圖案，偶數層為 B 圖案，且最後一層為 A 圖案，而相同圖案的藝術紙片皆為相同的方向。



圖(二)

請根據上述資訊回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋：

- (1) 以上述方式貼成的長方形，第一層最少有幾個 A 圖案？
- (2) 已知每個組合包中 A 、 B 兩種圖案的藝術紙片數量比為 4 : 3，若小燦想購買一些組合包，貼成圖(二)的長方形，其中第一層的 A 圖案數量與(1)求出之值相同，判斷他是否可能恰好把購買的藝術紙片用完？請說明理由。

【詳解】

(1) 第一層為 A 圖案，每個 A 圖案的長是 16 公分

第二層為 B 圖案，每個 B 圖案的長是 18 公分

因為以緊密相鄰的方式貼成長方形

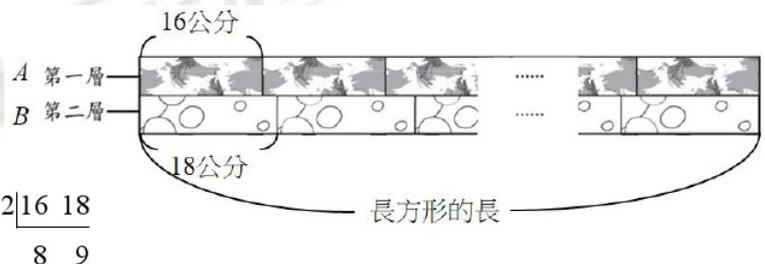
所以長方形的長是 16、18 的公倍數

由短除法得

16、18 的最小公倍數是 $2 \times 8 \times 9 = 144$

則最小長方形的長是 144 公分

因此第一層最少有 $144 \div 16 = 9$ 個 A 圖案



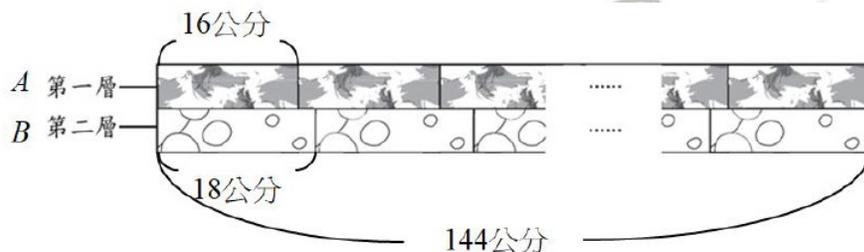
(2) ● 因為每個組合包中 A 、 B 兩種圖案的藝術紙片數量比為 $4:3$ ，

所以全部用完時， A 圖案紙片總數與 B 圖案紙片總數的比也會是 $4:3$ 。

接下來找出圖(二)兩種圖案的紙片分別用去多少個，再判斷兩者的比是否有可能是 $4:3$ 。

① 第 1 題計算出第一層有 9 個 A 圖案，此時長方形的長是 144 公分

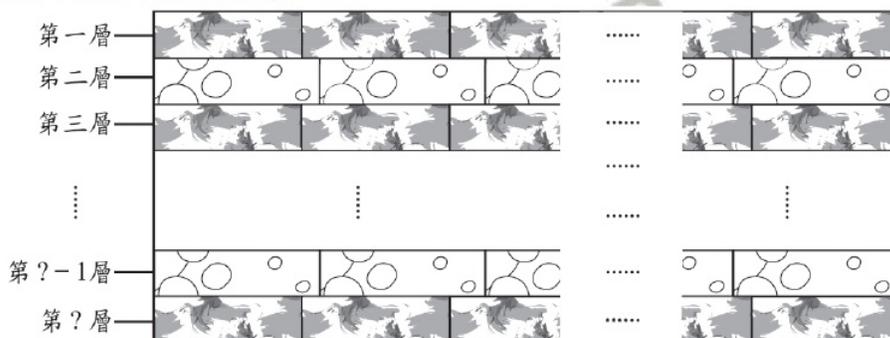
因為 B 圖案的長是 18 公分，所以第二層有 $144 \div 18 = 8$ 個 B 圖案



→ 奇數層每層都有 9 個 A 圖案，偶數層每層都有 8 個 B 圖案

② 因為奇數層為 A 圖案，偶數層為 B 圖案，且最後一層為 A 圖案

所以奇數層比偶數層多 1 層



設奇數層有 n 層，偶數層有 $(n-1)$ 層

則附圖共有 $9n$ 個 A 圖案， $8(n-1)$ 個 B 圖案

③ 已知每個組合包中 A 、 B 兩種圖案的藝術紙片數量比為 $4:3$

則當全部用完時， A 圖案個數與 B 圖案個數的比也會是 $4:3$

$$\text{可列出 } 9n : 8(n-1) = 4 : 3 \rightarrow 27n = 32(n-1) \rightarrow 27n = 32n - 32 \rightarrow -5n = -32 \rightarrow n = \frac{32}{5}$$

因為 n 是層數，應為整數，但 $n = \frac{32}{5}$ 為分數，不合，所以不可能恰好把購買的藝術紙片用完